

## Wie Beugung das Auflösungsvermögen begrenzt

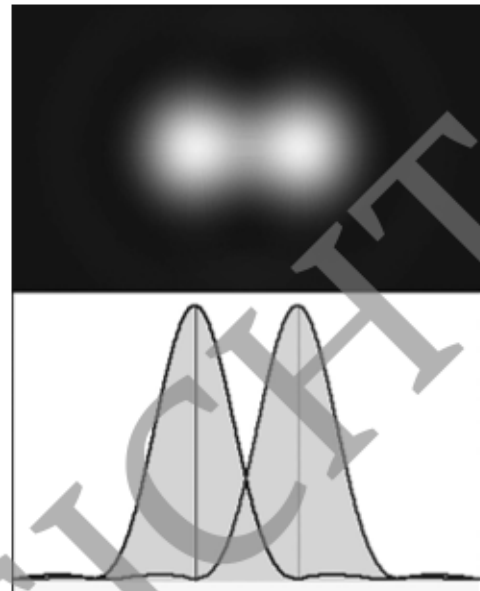
Matthias Borchardt, Bonn

Warum hat ein billiges Kaufhaus-Fernrohr ein besseres Auflösungsvermögen als das riesige Radioteleskop in Effelsberg?

Wie groß müsste ein Fernrohr sein, damit die Mondlandefähren, die von den Amerikanern auf dem Mond zurückgelassen wurden, sichtbar würden?

Welche Bedingungen muss ein Mikroskop erfüllen, um extrem kleine Bakteriophagen noch erkennen zu können?

Fragen dieser Art lernen Ihre Schüler zu beantworten, indem sie sich die physikalischen Zusammenhänge zwischen der Beugung und dem Auflösungsvermögen schrittweise erarbeiten. Zwei kleine **Computersimulationen** dienen dabei als dynamische Werkzeuge. Sie ermöglichen einen anschaulichen Zugang zum Thema.



© M. Borchardt

II/D

**Die Beugung verhindert  
den exakten Blick  
auf unsere Welt – immer!**

### Der Beitrag im Überblick

**Klasse:** 11/12

**Dauer:** 7 Stunden

**Ihr Plus:**

- ✓ starker Anwendungsbezug
- ✓ 2 Computersimulationen

**Inhalt:**

- Beugung und Interferenz an Spalt und Kreisblenden
- Auflösungsvermögen von Fernrohren und Mikroskopen
- Prüfungsaufgaben



- b) Nun betrachten wir die Situation unter Berücksichtigung der Beugung an der Objektivöffnung. Der Durchmesser des Beugungsscheibchens auf der Fotoplatte wird begrenzt durch das erste Minimum der Beugungsfigur.

#### Zur Erinnerung

Für den Winkel  $\alpha$ , unter dem das erste Minimum hinter einem Einzelspalt zu finden ist, gilt die Beziehung:

$$\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{D},$$

wobei  $D$  der Durchmesser (Breite) der Öffnung ist. Oben wurde bereits erwähnt, dass sich bei einer kreisförmigen Öffnung die Lage des ersten Minimums etwas verschiebt. Daher gilt für Kreisblenden eine leicht abgewandelte Formel, nämlich:

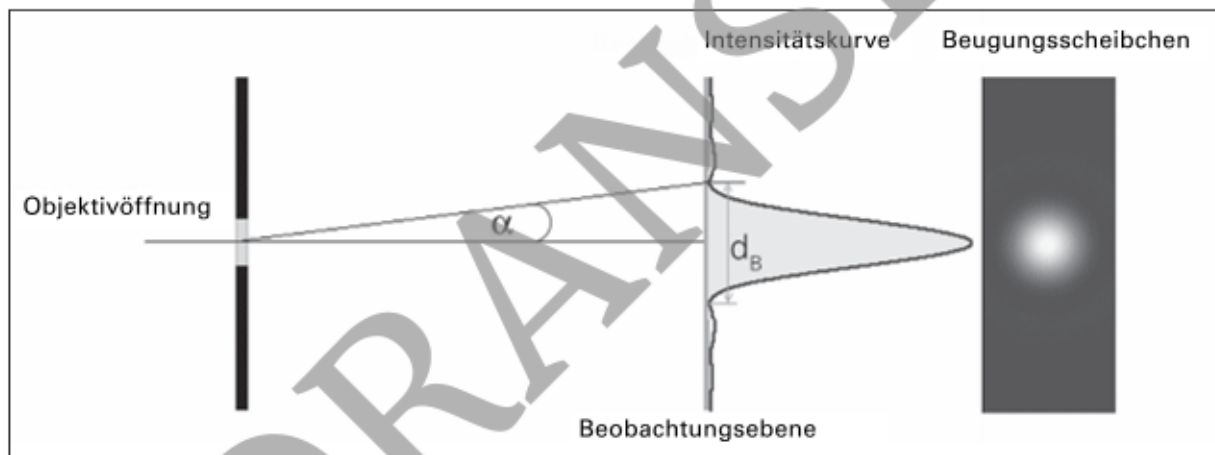
$$\sin(\alpha) = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}.$$



Berechnen Sie nun, welchen Durchmesser  $d_B$  das Beugungsscheibchen bei einem Fernrohr mit einer Öffnung von 15 cm und einer Brennweite von 2 m hat. Das Licht des Sterns soll eine Wellenlänge von 500 nm aufweisen.

#### Tipp

Gehen Sie davon aus, dass das Bild des Beugungsscheibchens ungefähr in der Brennebene des Fernrohrobjektivs, also im Abstand von 2 m von der Öffnung, entsteht. Nehmen Sie die untere Abbildung zu Hilfe.



© M. Borchardt

- c) Wenn Sie richtig gerechnet haben, sollten Sie erkannt haben, dass ohne Beugungseffekte tatsächlich ein fast **punktförmiges Bild** des Sterns in der Beobachtungsebene entstehen könnte. Beugung verhindert das.

Was Sie im Fernrohr sehen, entspricht keineswegs der Ausdehnung des Sterns, sondern es ist das Beugungsscheibchen des Sternenlichts. Eine höhere Vergrößerung des Fernrohrs führt dann lediglich dazu, dass diese Beugungsscheibchen mitvergrößert werden – ein Gewinn an Auflösung ist damit nicht verbunden. Die Größe des Scheibchens lässt also keine Aussagen über die Größe des Sterns zu – vielmehr wird die Ausdehnung des Beugungsscheibchens durch andere Parameter festgelegt.

Formulieren Sie die physikalischen Zusammenhänge abschließend noch einmal in prägnanten „**Je ... desto**“-Sätzen.

#### Tipp

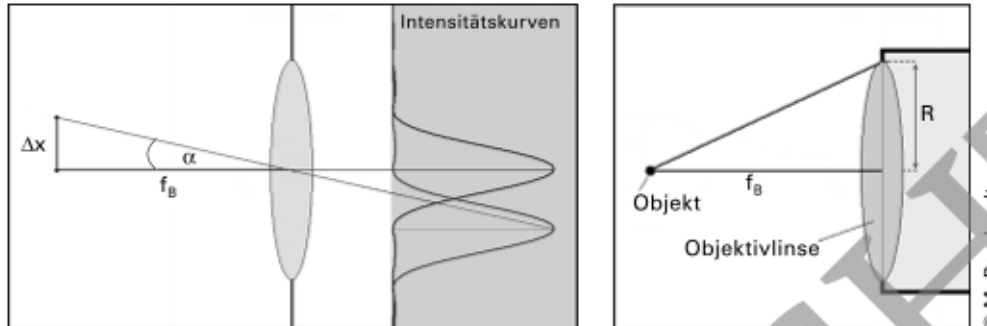
Je \_\_\_\_\_ die Öffnung des Teleskops ist, desto \_\_\_\_\_ wird das Beugungsscheibchen.

Je \_\_\_\_\_ die Wellenlänge ist, desto \_\_\_\_\_ wird das Beugungsscheibchen.

## M 5 Verschleiert – Strukturen der Mikrowelt

Beugungseffekte an optischen Öffnungen treten nicht nur bei Fernrohren, sondern auch bei Mikroskopobjektiven auf, wodurch deren Auflösungsvermögen begrenzt wird.

Bei der Linsenanordnung eines Mikroskopobjektivs entspricht die Gegenstandsweite  $g$  in etwa der Brennweite  $f_B$ , denn die zu betrachtenden Objekte liegen quasi in der Brennebene des optischen Systems.



### Aufgaben

1. Begründen Sie mithilfe der linken Abbildung: Für den Abstand  $\Delta x$  zweier Punkte, bei dem man diese noch gerade als getrennt wahrnehmen kann, gilt unter Berücksichtigung des Rayleigh-Kriteriums für kleine Winkel:

$$\Delta x = 1,22 \cdot \frac{\lambda \cdot f_B}{D}$$

2. Zur Beschreibung der **wirksamen Objektivöffnung** wird bei Mikroskopen eine Größe verwendet, die man **numerische Apertur NA** nennt und die durch die Beziehung

$$NA = \frac{R}{f_B}$$

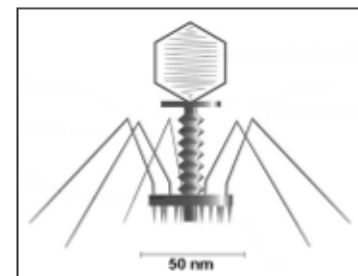
beschrieben wird, wobei  $R$  der Radius der Objektivlinse ist (s. rechte Abbildung).

Leiten Sie her: Für den Abstand, unter dem zwei Punkte unter dem Mikroskop als noch gerade trennbar erscheinen, gilt:

$$\Delta x = 0,61 \cdot \frac{\lambda}{NA}$$

3. Begründen Sie, warum viele Mikroskope einen Blaufilter zur Durchleuchtung der Objekte besitzen.
4. Ein Biologe bestellt aus einem Katalog für Mikroskopie-Zubehör ein neues Objektiv für sein Mikroskop. Laut Herstellerangaben besitzt das Objektiv eine **numerische Apertur** von 0,65.

Prüfen Sie durch Rechnung, ob man mit diesem Objektiv in der Lage wäre, **Bakteriophagen** der abgebildeten Art zu sehen, wenn blaues Licht der Wellenlänge 400 nm verwendet würde.



© Leonhard von Weiser

5. Mithilfe eines speziellen Öls (Immersionsöl) zwischen Objektivlinse und Objekt lässt sich die numerische Apertur steigern. So sind Werte für  $NA$  im Bereich von 1 und sogar darüber möglich. Begründen Sie die folgende **Faustregel**, die man in vielen Lehrbüchern zur Mikroskopie liest: „Strukturen, die kleiner als die halbe Wellenlänge des verwendeten Lichts sind, lassen sich mit einem Mikroskop niemals auflösen.“