

I.B.53

Mechanik

Physik des Radfahrens – von Zentripetal-, Zentrifugal- und Reibungskräften

Nach einer Idee von Wolfgang Vogg



© Edwin Tan/E+

In dieser Einheit lernen die Schülerinnen und Schüler, wie das Radfahren bei detaillierter Betrachtung von den Gesetzmäßigkeiten der Physik, insbesondere der klassischen Mechanik, bestimmt wird. Den Lernenden begegnen intuitive und eingängliche Beispiele für Zentripetal-, Zentrifugal- und Reibungskräfte. Außerdem setzen sie mechanisch zentrale Begriffe wie Drehimpuls und Drehmoment in einen für das Radfahren relevanten Kontext. In zahlreichen Übungsaufgaben festigen die Lernenden ihr erworbenes Wissen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 8–10

Dauer: 2–4 Unterrichtsstunden

Kompetenzen: Erklären von Phänomenen unter Nutzung bekannter physikalischer Modelle und Theorien, Auswählen bereits bekannter geeigneter Modelle bzw. Theorien für die Lösung physikalischer Probleme, Rückbeziehen theoretischer Überlegungen und Modelle auf Alltagssituationen und Reflektieren ihrer Generalisierbarkeit
Geradlinige Bewegung mit Berg- und Talfahrt, Beschleunigung, Bremsen, Kurvenfahrt, Zentripetal- und Zentrifugalkräfte, Reibungskräfte, Hebelgesetz, Drehmoment, Drehimpuls, Gyroskopischer Effekt

Medien: Texte, Diagramme, Grafiken, Internet, Taschenrechner

Auf einen Blick

1. Stunde

Thema:	Historischer Überblick
M 1	Historische Fahrräder
Thema:	Physikalische Grundlagen
M 2a	Geschwindigkeit und Beschleunigung

2.–3. Stunde

Thema:	Physikalische Grundlagen
M 2b	Kreisbewegung, Zentripetalbeschleunigung und Kraft
M 2c	Rotationsbewegungen und zugehörige Gleichungen
M 2d	Drehmoment, Trägheitsmoment und Rotationsenergie

4. Stunde

Thema:	Physikalische Grundlagen
M 2e	Drehimpuls und Drehimpulserhaltung
Thema:	Physikalische Grundlagen des aufrechten Fahrradfahrens
M 3	Das aufrechte Fahren

Geschwindigkeit und Beschleunigung

M 2a

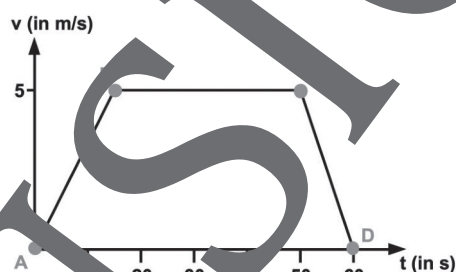
Die Notwendigkeit zur Entwicklung des Fahrrades beruht sicher auch darauf, dass man mit dem Rad leichter und schneller vorankommt als zu Fuß. Vergleicht man einen Fußgänger, der bei einer angenommenen Leistung von 50 W auf einer ebenen Strecke mit einer Geschwindigkeit $v = 5 \text{ km/h}$ in einer Stunde rund 5 km zurücklegen kann, mit einem Radfahrer, so stellt man fest, dass dieser bei gleich angenommener Leistung auf ebener Strecke eine gleichmäßige Geschwindigkeit $v = 20 \text{ km/h}$ fahren und damit eine Strecke von rund 20 km zurücklegen kann.

Aufgabe 1

Versuche, durch physikalische Überlegungen und praktische eigene Erfahrungen herauszufinden, warum mit dem Rad bei gleicher Leistung in derselben Zeitspanne eine deutlich größere Strecke zurückgelegt werden kann, als dies zu Fuß möglich ist.

Aufgabe 2

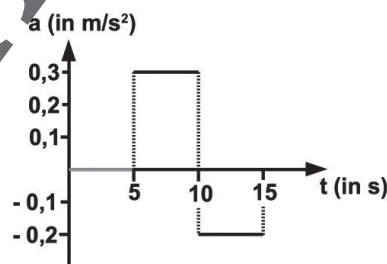
Die nebenstehende Abbildung zeigt ein Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm (v - t -Diagramm), das die Fahrt eines Radfahrers von einem Startpunkt A bis zum Endpunkt D darstellt.



- Beschreibe** die Bewegungsabläufe von A bis D.
- Berechne** die Strecke, die der Radfahrer zwischen B und C zurücklegt.
- Berechne** die Durchschnittsgeschwindigkeit des Radfahrers, wenn die gesamte Strecke zwischen A und D 210 m betragen soll.

Aufgabe 3

Das nebenstehende Beschleunigungs-Zeit-Diagramm (a - t -Diagramm) beschreibt eine geradlinige Fahrt eines Radfahrers, der zum Zeitpunkt $t_1 = 0 \text{ s}$ eine Anfangsgeschwindigkeit $v(t_1) = 5 \text{ m/s}$ haben soll.



- Erläutere** kurz die in den einzelnen Abschnitten vorkommenden Bewegungsabläufe.
- Zeichne** nach Berechnung geeigneter Werte der Geschwindigkeit das zugehörige v - t -Diagramm.
- Berechne** die Gesamtstrecke, die der Radfahrer zurücklegt.

© Wolfgang Vogt

Aufgabe 4

Vor einem Radfahrer taucht bei einer Geschwindigkeit von $28,8 \text{ km/h}$ plötzlich ein Hindernis auf. Nach einer Reaktionszeit von 1 s beginnt er, mit der konstanten Verzögerung $a = -4 \text{ m/s}^2$ zu bremsen. Unmittelbar vor dem Hindernis kommt er zum Stehen.

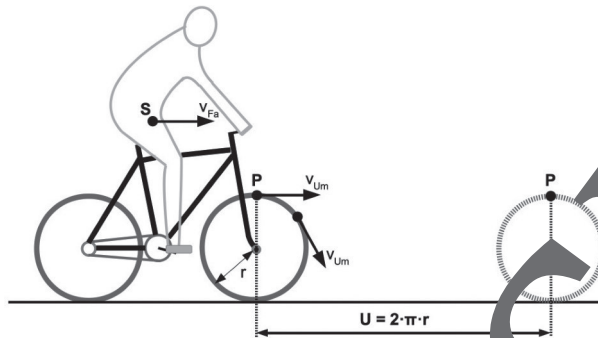
- Berechne** die gesamte Zeit, die vom Erkennen des Hindernisses bis zum Stillstand verstreicht.
- Berechne** die Entfernung des Fahrers zum Hindernis, als er es erkennt.
- Berechne** die Entfernung des Hindernisses von dem Ort, an welchem die Bremse zu wirken beginnt.
- Berechne** die noch mögliche Geschwindigkeit des Radfahrers unter sonst gleichen Voraussetzungen, wenn dieser eine Reaktionszeit von $0,5 \text{ s}$ gehabt hätte.

M 2b



Kreisbewegung, Zentripetalbeschleunigung und -kraft

Neben der geradlinigen Bewegung spielen beim Radfahren unterschiedliche Kreisbewegungen sowie die bei Kreisbewegungen auftretenden Beschleunigungen und Kräfte eine wichtige Rolle. Beobachtet man die Reifen eines sich mit gleichbleibender Geschwindigkeit fortbewegenden Radfahrers, so stellt man fest, dass sich jeder beliebige Punkt P auf dem Rand des Reifens mit der Umfangsgeschwindigkeit v_{UM} bewegt, die der Fahrgeschwindigkeit v_{FA} des Radfahrers entspricht. Bei einem Umlauf legt der Punkt P die dem Radumfang entsprechende Strecke $U = 2\pi \cdot r$ zurück (siehe untenstehende Abbildung).



© Wolfgang Vogt

Bei näherer Betrachtung fällt jedoch sofort auf, dass der Punkt P – im Gegensatz zur Fahrgeschwindigkeit v_{FA} des Radfahrers – ständig seine Richtung ändert. Dies bedeutet, dass auch bei gleichbleibender Geschwindigkeit v_{UM} eine **Beschleunigung** und damit eine **Kraft** wirken muss, die ihn auf der Kreisbahn hält.

Fährt der Radfahrer eine Kurve mit gleichbleibendem Radius und gleichbleibender Geschwindigkeit, so tritt dasselbe Phänomen wie beim Reifenumlauf: Durch das Sich-nach-innen-Legen entstehen eine Kraft und eine Beschleunigung in Richtung der Kreismitte. Man nennt die Beschleunigung **Zentripetalbeschleunigung** und die Kraft **Zentripetalkraft**.

Aufgabe 1

Ein Radfahrer fährt mit einem 28"-Roll-Fahrrad auf einer ebenen Straße mit einer konstanten Geschwindigkeit $v_{FA} = 21,6 \text{ km/h}$ analog zur oberen Abbildung. Dabei bewegt sich ein Punkt P mit derselben Geschwindigkeit um dem Reifenumfang.

a) **Beschreibe**, was man unter einem 28"-Fahrrad versteht.

b) **Berechne** die Frequenz des Rades in der Einheit Hz (in s^{-1}) sowie die Drehzahl in der gebräuchlichen Einheit min^{-1} .



M 2c



Rotationsbewegungen und zugehörige Gleichungen

Im Gegensatz zur rein translatorischen Fortbewegung des Radfahrers auf einer Straße finden beim Radfahren zusätzlich auch mehrere Rotationsbewegungen statt, z. B. die sich drehenden Vorder- und Hinterreifen sowie die Bewegung der Tretkurbel zum Antrieb des Rades über die Kette.

Bei den dabei auftretenden Kreisbewegungen reichen Begriffe wie Geschwindigkeit, Beschleunigung oder Kraft nicht aus, weil bei Rotationen die Ausdehnungen der Körper berücksichtigt werden müssen und die alleinige Betrachtung des Schwerpunkts – wie bei linearen Bewegungen – nicht ausreicht. Die gegebenen Gegebenheiten genügt.

Zur Beschreibung von **Rotationen** werden neue Begriffe benötigt, die man aber in vielfältiger Weise in Analogie zur Translationsbewegung herleiten kann.

Ausgehend von der Definition des Drehwinkels kann man die benötigten Gesetzmäßigkeiten wie *Winkelgeschwindigkeit*, *Winkelbeschleunigung*, *Trägheitsmoment*, *Drehmoment*, *Drehimpuls* ebenso herleiten wie *Dreharbeit*, *Drehleistung* und *Rotationsenergie*.

Drehwinkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung

Eine Bewegung mit konstanter Bahngeschwindigkeit v_B des Punktes P um einen Drehpunkt D zeigt die nebenstehende Abbildung.

Dabei überstreicht der Punkt P in der Zeit t_1 von $P(t_1)$ nach $P(t_2)$ einen **Drehwinkel von 90°** . Der Drehwinkel wird dabei in der Regel im **Bogenmaß** angegeben:

$$\varphi = \frac{\pi}{2} = \frac{b}{r}$$

Für den Drehwinkel φ verwendet man die Einheit „radian“ (rad), wobei gilt:

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57,3^\circ$$

© Wolfgang Vogg

Der Drehwinkel φ beschreibt bei der Rotation, wie weit sich der Punkt P in der Zeit von t_1 bis t_2 bereits gedreht hat.

Die **Winkelgeschwindigkeit** ω definiert man bei einer gleichförmigen Kreisbewegung aus dem vom Radius r überstrichenen Winkel $\Delta\varphi$ durch die zugehörige Zeit Δt :

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (\text{rad/s})$$

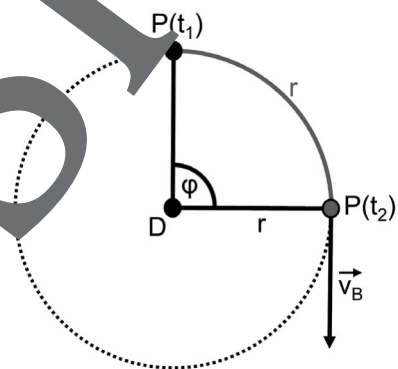
Mit $\varphi = \frac{b}{r}$ folgt (stets senkrecht zum Radius) für die verlaufende Bahngeschwindigkeit v_B :

$$v_B = \frac{\Delta b}{\Delta t} = \frac{\Delta(\varphi \cdot r)}{\Delta t} = r \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = r \cdot \omega$$

Soll nun der Punkt P aus dem Zustand der Ruhe $P(t_1 = 0)$ auf seiner Kreisbahn gleichmäßig beschleunigt werden, so ergibt sich für eine konstante **Winkelbeschleunigung** α der Quotient aus der Zunahme der Winkelgeschwindigkeit $\Delta\omega$ und der zugehörigen Zeit Δt :

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (\text{rad/s}^2)$$

Vergleicht man die gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung mit den Gleichungen einer gleichmäßig beschleunigten translatorischen Bewegung (Weg-Zeit-Gleichung: $s = \frac{a}{2} \cdot t^2$ und Geschwindigkeits-Zeit-Gleichung: $v = a \cdot t$), so erhält man folgende Zusammenhänge:



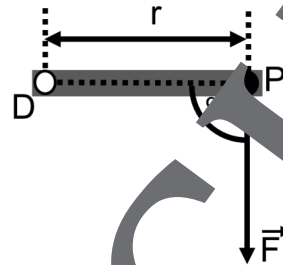
Drehmoment, Trägheitsmoment und Rotationsenergie

M 2d

Der Begriff des **Drehmoments** M ist bereits im Zusammenhang des Hebelgesetzes bekannt. Der Betrag des Drehmoments berechnet sich hier folgendermaßen:

$$M = F \cdot r$$

Der Betrag beschreibt dabei das Produkt aus einer **Kraft** F und dem zugehörigen Hebelarm mit einem **Abstand** r von der Drehachse, wobei nur Kräfte zugelassen werden, die unter einem 90° -Winkel zum Hebelarm wirken.



© Wolfgang V

Betrachtet man nun eine starre Masse m , die sich unter dem Einfluss einer Kraft $F = m \cdot a$ auf einer Kreisbahn um den Drehpunkt D bewegt, so gelten entsprechend die folgenden Zusammenhänge:

Wegen $F = m \cdot a$ gilt mit $a_t = r \cdot \alpha$

$$F = m \cdot r \cdot \alpha$$

Multipliziert man Gleichung mit dem Radius r , entsteht ein Drehmoment M :

$$F = m \cdot r \cdot \alpha \Rightarrow F \cdot r = m \cdot r^2 \cdot \alpha$$

Das Produkt aus $m \cdot r^2$ ergibt das **Trägheitsmoment** J :

$$M = m \cdot r^2 \cdot \alpha \Rightarrow M = J \cdot \alpha$$

Somit lautet das Vektorprodukt für das Drehmoment:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \vec{M} = J \cdot \vec{\alpha}$$

Hinweis: Infos zum Drehmoment als Kreuzprodukt befinden sich unter

<https://www.youtube.com/watch?v=MKNySk9YVnk>

In Anlehnung an die **träge Masse** m bei translatorischen Bewegungen wird das **Trägheitsmoment** mit $J = m \cdot r^2 [\text{kg} \cdot \text{m}^2]$.

Dieses wird auch als Drehmasse eines Körpers bezeichnet. Um bei muss das Trägheitsmoment durch das **Drehmoment** M überwunden werden.

Hinweis: Infos zum Trägheitsmoment befinden sich unter

<https://www.youtube.com/watch?v=xApzT1qrzMc>

Bei genauer Betrachtung ist Gleichung eine Näherungslösung, da die Masseverteilung eines starren Körpers nicht über den gesamten Körper betrachtet wird, sondern nur für einen bestimmten Abstand r . Bei den für diesen Beitrag geltenden Anwendungen für Reifen- und Kurbelbewegungen ist diese vereinfachte Näherung aber durchaus machbar.

Bewegt sich ein Körper ausschließlich translatorisch, so erhält man für die kinetische Energie folgende bereits bekannte Gleichung:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$$

Dreht sich bei dieser Bewegung ein Körper gleichzeitig noch um eine Achse durch seinen Schwerpunkt, so kommt zum translatorischen Anteil noch die **Rotationsenergie** E_{rot} dazu. Sie berechnet sich aus der Summe der kinetischen Energien aller an der Rotation beteiligten Masseteilchen:

$$E_{\text{rot}} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Die Geschwindigkeit v_i des entsprechenden i -ten Teilchens hängt von seinem Abstand r_i von der Drehachse ab, was gilt:

$$v_i = \omega \cdot r_i$$



Drehimpuls und Drehimpulserhaltung

M 2e

Der Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ in translatorischen Gleichungen ist ein Maß dafür, wie schwer es ist, eine solche Bewegung wieder abzubremsten. Dasselbe gilt natürlich auch für Drehbewegungen, die umso schwerer abzubremsten sind, je höher die Masse und/oder die Rotationsgeschwindigkeit sind.

Bestimmt man analog zum translatorischen Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ den Drehimpuls $\vec{L}$ anhand der nebenstehenden Abbildung, so kann man die Zusammenhänge unter der Voraussetzung, dass zwischen dem Radius r und der Bahngeschwindigkeit $\vec{v}_B$ ein rechter Winkel besteht, wie folgt herleiten:

$$\begin{aligned}\vec{L} &= \vec{r} \cdot \vec{p} = \vec{r} \cdot m \cdot \vec{v}_B = \vec{r} \cdot m \cdot \vec{r} \cdot \vec{\omega} = m \cdot \vec{r}^2 \cdot \vec{\omega} \\ \Rightarrow \vec{L} &= J \cdot \vec{\omega}\end{aligned}$$

In der allgemeinen Form mit beliebigen Winkeln zwischen r und $\vec{v}_B$ ist der Drehimpuls ein Vektor, der im gleichen Sinn wie die Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ in der Drehachse wirkt:

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$$

Somit versteht man unter dem Drehimpuls $\vec{L}$ das Produkt aus dem Trägheitsmoment J und der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$. Solange kein Drehmoment auf einen rotierenden Körper wirkt, bleibt der Drehimpuls erhalten:

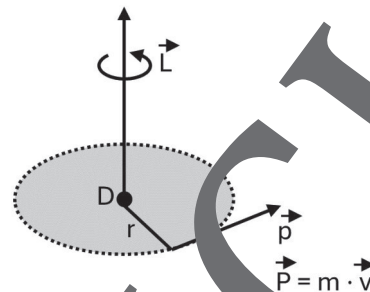
$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega} = \text{const.}$$

Für das Vektorprodukt des Drehimpulses gilt:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Hinweis: Infos zum Drehimpuls befinden sich unter

https://www.youtube.com/watch?v=VFYK5s_bhJl.



© Wolfgang



Aufgabe 1

Ein Schüler hält ein ausgebautes 28“-Vorderrad mit einer Masse von 1,2 kg mit beiden Händen an der Achse so vor sich, dass die Achse in x-Richtung weisen soll. Ein Mitschüler greift in 5 cm Abstand vom Achsenmittelpunkt mit dem Zeigefinger in die Speichen und bringt das Rad in 2 Sekunden so in Schwung, dass es 3 Umdrehungen pro Sekunde dreht.

- Berechne** den Drehimpuls L des Rades.
- Berechne** das Drehmoment M , das erforderlich ist, wenn man eine konstante Beschleunigung annimmt.
- Berechne** die Kraft, die auf die Speiche ausgeübt wird.

Aufgabe 2

Ein oft nachvollziehbares Beispiel zur Drehimpulserhaltung ist das einer Eiskunstläuferin, wenn diese bei einer Drehung die ausgebreiteten Arme an den Körper zieht. **Begründe**, warum sich dadurch ihre Drehgeschwindigkeit erhöht.

Aufgabe 3

Eine Radfahrerin mit einer Gesamtmasse $m = 65$ kg (inkl. Tourenrad) durchfährt eine Kurve bei einem Radius $r = 10$ m mit der Bahngeschwindigkeit $v_B = 8$ m/s. Bei einem plötzlichen Ausweichmanöver verlagert sie ihren Schwerpunkt um 10 cm nach innen.

Berechne, um welchen Betrag die Geschwindigkeit v_B ansteigt.

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.

Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

