

„Find someone who ...“ – Übungen zur analytischen Geometrie

Hendrik Josch-Pieper, Oberhausen

II/B



© Pixelio, Dieter Schütz

Eine Konstruktion aus Ebenen und Querschnitten: Tetraeder 4, Bottrop

Klasse: 12

Dauer: 8 Stunden

Inhalt: Übungen zur linearen Algebra und analytischen Geometrie,
Vorbereitung auf das Abitur

Ihr Plus: Methode aus dem kooperativen Lernen,
Binnendifferenzierung

Die „Find someone who ...“-Materialien aktivieren alle Schüler Ihres Mathematik-Grund- oder Leistungskurses. Durch ihren Einsatz fördern Sie die Entwicklung von Rechenstrategien. Ihre Schüler entwickeln Problemlösefertigkeit auf dem Gebiet der analytischen Geometrie. Die Aufgaben haben unterschiedliche Schwierigkeitsniveaus. Austausch- und Erklärungsphasen bereiten Ihre Schüler gezielt auf die mündliche Prüfung im Fach Mathematik vor.

Didaktisch-methodische Hinweise

Die „**Find someone who**“-Methode stammt aus dem Bereich des **kooperativen Lernens**.

Mithilfe eines bingoartigen Spielplans geht es auf die Jagd nach Personen mit besonderen Kenntnissen, Fähigkeiten, Erfahrungen oder Eigenschaften. Das Spiel schafft als „Eisbrecher“ ein positives Klima in der Lerngruppe. Es ermittelt Stärken Einzelner, die Sie im Unterricht nutzen können, dient dem Wissensaustausch und der Vertiefung des Lernstoffes und bietet eine interessante und lebendige Alternative zum Erzeugnis (→ vgl. Roos, Mediathek).

Vorbereitung

Kopieren Sie die Materialien in Klassenstärke.

Vorkenntnisse

Ihre Schüler kennen die zentralen Punkte des Gebietes „Analytische Geometrie“. Sie vertiefen diese Kenntnisse mithilfe der Materialien dieses Beitrages.

Ablauf

Person A sucht einen Mitschüler B und fragt ihn nach der Lösung einer von ihr gewählten Aufgabe. B löst die Aufgabe schrittweise. A kontrolliert den Lösungsvorschlag. Kommt B nicht weiter, so hilft ihm A.

Ist die Aufgabe gelöst, so erhält B Punkte. Danach tauschen A und B die Rollen: A erklärt B die Lösung einer Aufgabe, die B ausgesucht hat. Sind weder A noch B in der Lage, eine Aufgabe zu lösen, so suchen sie gemeinsam einen Mitschüler, der die Aufgabe übernimmt.

Nach jedem Durchgang sucht sich ein neuer Partner. Dann beginnen die Erklärungsphasen von vorn. Das Spiel endet, wenn ein Schüler drei Aufgaben in einer Reihe, Spalte oder Diagonale richtig gelöst hat (siehe nebenstehendes Schema).

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Die Partner widmen sich dann einem neuen Arbeitsblatt.

Warum diese Methode?

Die Schüler sind durch diese Arbeitsweise gezwungen, ihren Lösungsweg oder ihre Gedanken zum Lösungsansatz zu erläutern und auch für andere verständlich zu notieren. Jeder Schüler kann sich Zeit zum Denken und Erklären nehmen, gezielt Fragen formulieren und sich stets andere Lernpartner aussuchen. Zur Differenzierung können Sie einzelne Aufgaben auswählen.

Sinnvoll ist es, die Schüler einzelne Aufgaben als Hausaufgabe vorbereiten und auf die oben beschriebene Art kontrollieren zu lassen. Auch den Rest der Aufgaben, die noch nicht vorbereitet worden sind, bearbeiten die Schüler mithilfe der „**Find someone who**“-Methode oder auch als **Lerntempoduett** (vgl. Landesakademie für Fortbildung und Personalentwicklung an Schulen, Mediathek).

Den Abschluss bildet stets die **Präsentation** von mindestens einer von Ihnen ausgewählten und für die Schüler zu Beginn der Übungsphase unbekanntem Aufgabe, welche im Plenum vorgestellt wird. So üben Ihre Schüler das Vorstellen einer Aufgabe. Dies führt bei häufigen Wiederholungen dieser Übungsform zur Routine und bereitet so auf das **mündliche Abitur** vor.

Reihe 10 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 1–K 6	L 3	... nutzen das dreidimensionale Koordinatensystem, um Punkte (M 1) und Vektoren (M 3) darzustellen, ... lösen lineare Gleichungssysteme, um Lagebeziehungen zu ermitteln (M 2), ... erstellen aus gegebenen Daten Geraden- (M 4) und Ebenengleichungen in Parameter-, Normalen- und Koordinatenform und wandeln diese ineinander um (M 5), ... kennen Verfahren zur Überprüfung der gegenseitigen Lage von Objekten im Raum (M 6, M 7), ... nutzen das Standard-Skalarprodukt zur Bestimmung von Winkeln zwischen Vektoren sowie zum Testen von Orthogonalität (M 8).	I, II
K 3	L 3	... modellieren Situationen mit bekannten Objekten aus der Mathematik, um Probleme zu lösen.	III

II/B

Abkürzungen

Kompetenzen

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereichserweiterung); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

Mediathemen

„Find someone who ...“

Paul Roco:

http://www.raabe.de/go/?action=ProductDownloads&product_id=28785 bzw.

http://www.raabe.de/go/?action=ProdDetails&product_uuid=A4KBKI5CVXH4Y768GBYVM3LDAKZNX1XD

Lerntempoduett

http://lehrerfortbildung-bw.de/unterricht/sol/03_grundlagen/lernformen/tempo/

Reihe 10 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Niveau 1

Material	Thema	Stunde
M 1	3-D-Koordinatensystem und Vektoren Zeichnen und Ablesen von Punkten und Vektoren im Raum	1.
M 2	Gleichungssysteme Aufstellen und Lösen von Gleichungssystemen; unter- und überbestimmte Gleichungssysteme	2.
M 3	Verschiebungen im Raum Vektoren in der Anwendung in der Ebene und im Raum	3.

Niveau 2

Material	Thema	Stunde
M 4	Geraden im Raum – die Parameterform Rechnungen an Geraden im Raum	4.
M 5	Ebenengleichungen in verschiedenen Formen Aufstellen von Gleichungen und Berechnungen an Ebenen im Raum	5.

Niveau 3

Material	Thema	Stunde
M 6	Lagebeziehungen Gerade–Ebene Rechnerische Untersuchungen zwischen Geraden und Ebenen	6.
M 7	Lagebeziehungen Ebenen zu Geraden / Ebenen Weitere Untersuchungen zwischen Ebenen und Geraden	7.
M 8	Winkel und Abstände Das Skalarprodukt in der Anwendung: Bestimmung von Winkeln und Abständen; Hesse'sche Normalenform	8.

Die Stundenangaben beziehen sich auf ein Abarbeiten der Aufgaben in chronologischer Reihenfolge. Die „Find someone who ...“-Methode erlaubt Ihnen dagegen, eine **Binnendifferenzierung** nach Niveau 1, 2 und 3 vorzunehmen. Legen Sie dazu drei entsprechende Karten auf der Fensterbank aus. Die leistungsschwächeren Schüler suchen jemanden, der ihnen die Aufgabe des Niveaus 1 erklärt, die leistungstärkeren jemanden mit Niveau 2 und die Experten lösen gemeinsam Niveau 3.

Minimalplan

Die Materialien sind voneinander unabhängig. Deshalb können Sie sie einzeln einsetzen.

II/B

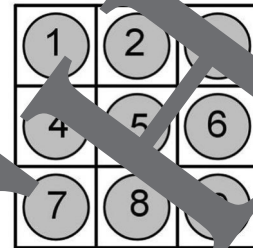
Reihe 10	Verlauf	Material S 1	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	------------------------	------------	----------------	-----------------

M 1 3-D-Koordinatensystem und Vektoren

Finden Sie jemanden, der ...

... sich mit der **Darstellung von Punkten im Raum** auskennt. Er soll eine von Ihnen gewählte Aufgabe lösen. Kontrollieren Sie die vorgeschlagene Lösung. Diskutieren Sie diese mit Ihrem Partner.

Zur Bearbeitung dieser Aufgaben zeichnen Sie ein 3-D-Koordinatensystem mit jeweils 10 Einheiten an jeder Achse in Ihr Heft.



II/B

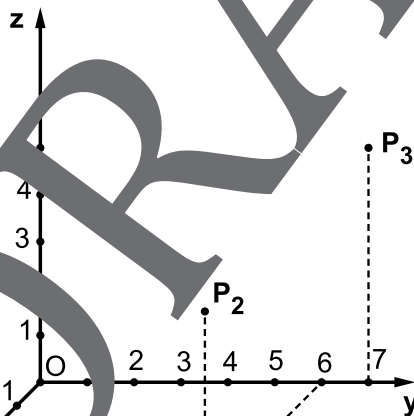
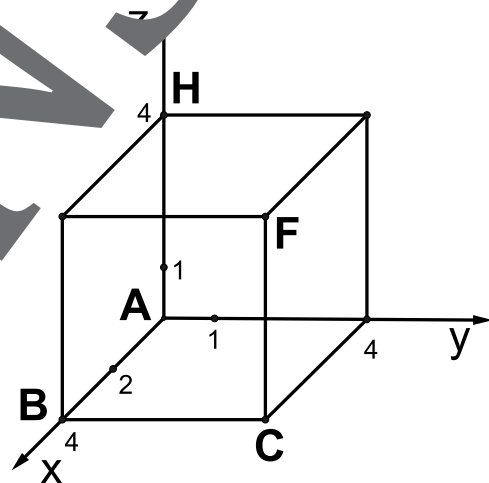
Aufgaben

1. Zeichnen Sie drei Punkte in das Koordinatensystem ein: $P(1|2|3)$, $Q(1|2|5)$ und $R(-1|1|4)$. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.
2. Tragen Sie die beiden Punkte $A(4|0|0)$ und $B(4|3|0)$ in ein 3-D-Koordinatensystem ein. Ergänzen Sie anschließend zwei weitere Punkte so, dass ein Quadrat entsteht. Das Quadrat soll dabei parallel zu einer der Koordinatenebenen sein.
3. Zeichnen Sie die Punkte $K(2|0|0)$, $L(0|5|0)$ und $M(0|0|3)$ in ein 3-D-Koordinatensystem ein. Die drei Punkte liegen in einer Ebene. Zusammen mit dem Ursprung bilden sie eine Dreieckspyramide. Berechnen Sie das **Volumen** der Pyramide.

4. Gegeben ist ein Würfel in einem 3-D-Koordinatensystem mit der Kantenlänge 4 cm. Dabei soll A im Ursprung liegen.

Geben Sie weiterhin die Koordinaten der Punkte B, C, F und H an.

5. Lesen Sie die Koordinaten der Punkte P_1 , P_2 und P_3 ab. Geben Sie auch den Stützvektor zu diesen Punkten an.



6. Die Punkte $A(0|0|0)$, $B(0|1|0)$, $C(0|0|1)$ und $D(-1|1|0)$ sind Eckpunkte eines Würfels. Bestimmen Sie die Koordinaten der Mittelpunkte der Diagonalen der vorderen Fläche und der Grundfläche.

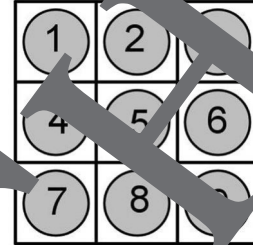
Tipp Fertigen Sie eine Skizze an.

Reihe 10	Verlauf	Material S 2	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	----------------	------------------------	------------	----------------	-----------------

M 2 Gleichungssysteme

Finden Sie jemanden, der ...

... sich mit der **Lösung von linearen Gleichungssystemen** auskennt, Ihnen eine Aufgabe vorrechnet und die Vorgehensweise erläutert. Kontrollieren Sie die vorgeschlagene Lösung.



Aufgaben

1. Lösen Sie das Gleichungssystem mit dem **Gauß-Verfahren**.

$$\begin{cases} 2x - 4y + 5z = 3 \\ 3x + 3y + 7z = 13 \\ 8x - 4y - 6z = -2 \end{cases}$$

2. Lösen Sie das Gleichungssystem rechnerisch.

$$\begin{cases} 0,6y + 1,8z = 3 \\ 0,3x + 1,2y = 0 \\ x + 2z = 2 \end{cases}$$

3. Lösen Sie das Gleichungssystem in der Matrixschreibweise rechnerisch.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 6 & -4 & 9 \\ -1 & 2 & -3 & 1,5 \\ 6 & -8 & 4 & 1,8 \end{array} \right)$$

4. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung $f(x) = ax^2 + bx + c$ der quadratischen Funktion, deren Graph durch die Punkte **A(1|-9)**, **B(-2|1)** und **C(-1|7)** verläuft. Stellen Sie dazu zunächst das Gleichungssystem auf.

5. Geben Sie eine Lösung des unterbestimmten Gleichungssystems an.

$$\begin{cases} a + b + c = 7 \\ 2b - c = 11 \end{cases}$$

6. Geben Sie die Lösungsmenge in Abhängigkeit des Parameters r an.

$$\begin{cases} x + y + 0,5z = 1 \\ 4x + y - 4z = 6r \\ 2x + 3y - z = 8r \end{cases}$$

7. Überprüfen Sie, ob das überbestimmte Gleichungssystem lösbar ist. Geben Sie ggf. eine Lösung an.

$$\begin{cases} r - 2 = 2 \\ -r - 3 = 2 \\ = 2 \end{cases}$$

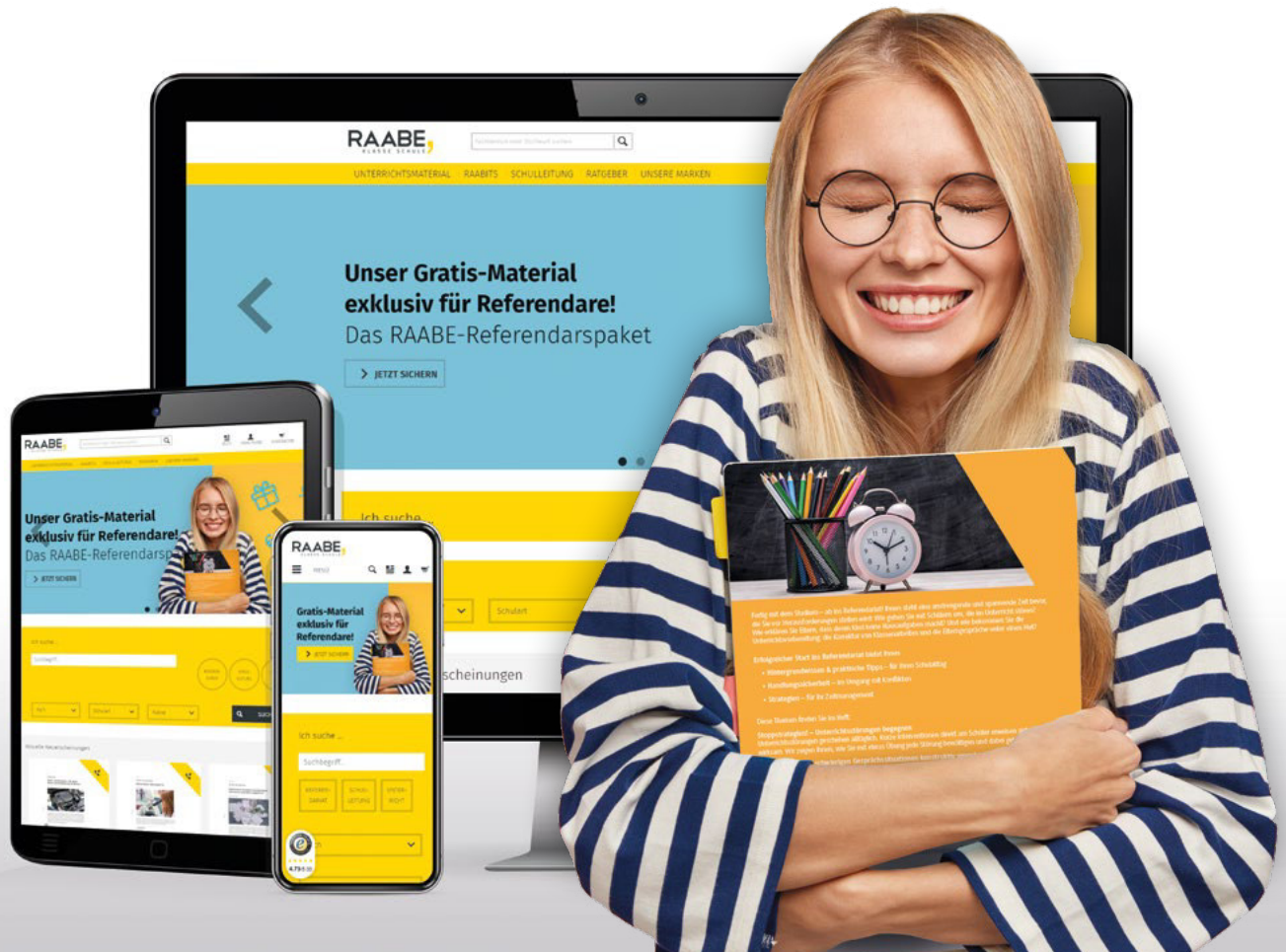
8. **Mischungsverhältnisse:** Eine Firma produziert bereits drei Fruchtsaftmischungen A, B und C mit den angegebenen Inhaltsstoffen. Ein neues Getränk (1 l) soll die folgende Zusammensetzung haben: 40 % Orangensaft, 35 % Bananensaft und 25 % Ananassaft.

	A	B	C
Orange	40 %	30 %	50 %
Banane	50 %	20 %	30 %
Ananas	10 %	50 %	20 %

Wie setzt sich das neue Getränk aus den jeweiligen Mischungen zusammen?

Sie wollen mehr für Ihr Fach?

Bekommen Sie: Ganz einfach zum Download im RAABE Webshop.



Über 4.000 Unterrichtseinheiten
sofort zum Download verfügbar



Sichere Zahlung per Rechnung,
PayPal & Kreditkarte



Exklusive Vorteile für Abonnent*innen

- 20% Rabatt auf alle Materialien für Ihr bereits abonniertes Fach
- 10% Rabatt auf weitere Grundwerke



Käuferschutz mit Trusted Shops



Jetzt entdecken:
www.raabe.de