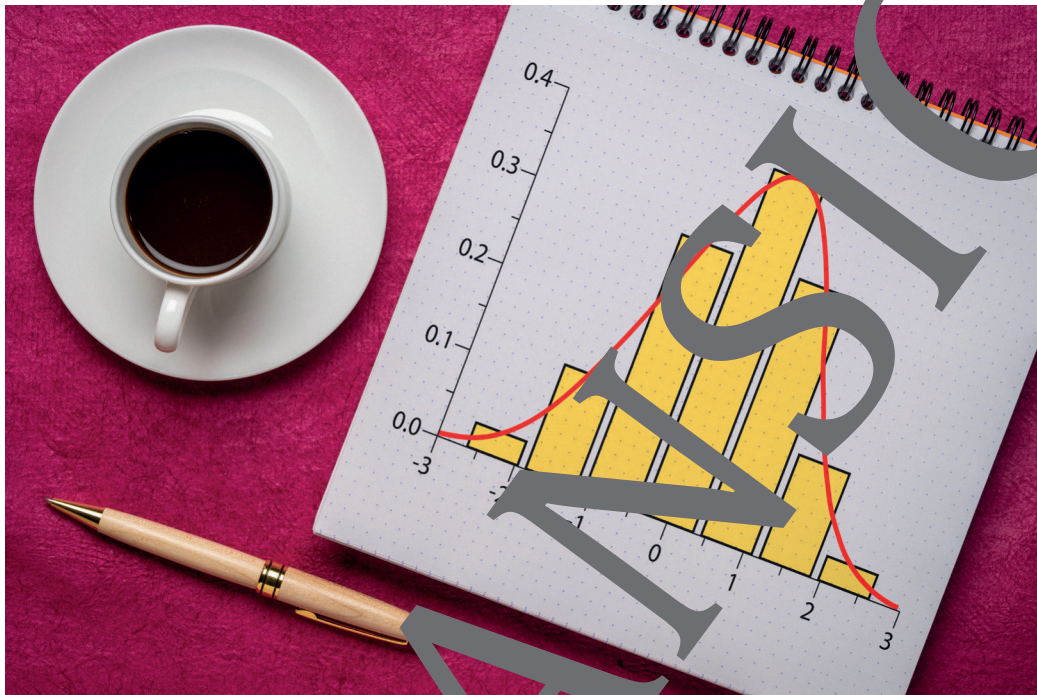


II.C.29

Stochastik

Histogramme der Binomialverteilung – Einführung in Darstellung und Interpretation

Marc Eßer



Die Unterrichtseinheit führt die Lernenden systematisch an die Darstellung und Interpretation von Histogrammen im Kontext der Binomialverteilung heran. Abstrakte Konzepte wie Wahrscheinlichkeitsverteilungen und Berechnungen von Ereignissen werden durch die Arbeit mit Histogrammen anschaulich und greifbar. Durch den Einsatz von GeoGebra geben Sie den Lernenden die Möglichkeit, interaktiv den Einfluss der Parameter auf das Histogramm zu erforschen sowie Merkmale wie Symmetrie und Lage zu erkennen. Mit diesen strukturierten und aufeinander aufbauenden Aufgaben unterstützen Sie die Lernenden nicht nur beim eigenständigen Entdecken und Verstehen, sondern fördern das erlernte Wissen sicher anzuwenden und nachhaltig zu festigen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:

Sek. II

Inhalt:

2–4 Unterrichtsstunden

Kompetenzen:

Histogramme; Binomialverteilung; Wahrscheinlichkeitsverteilung
mathematisch argumentieren (K1), Probleme mathematisch lösen
(K2), mathematische Darstellungen verwenden (K4)

GeoGebra

Auf einen Blick

Planung für 2–4 Stunden

Einstieg

Thema:	Handlungsorientierter Einstieg
M 1	Das Münzexperiment – Theorie und Empirie, zwei Wirklichkeiten?
Benötigt:	☐ eine Münze mit Bild- und Zahlseite pro Person

Thema:	Problemstellung
M 2	Qualifiziert sich der Basketballspieler?

Erarbeitung

Thema:	Einfluss der Parameter auf Histogramm und Standardabweichung verstehen
M 3	Welchen Einfluss haben n und p ?
Benötigt:	☐ GeoGebra, PC oder Tablet
M 7	Regelmäßigkeiten in Veränderungen entdecken
Benötigt:	☐ GeoGebra, PC oder Tablet ☐ Tippkarte (evtl. auf dem Handy der Lehrkraft)

Übung

Thema:	Mit Histogrammen arbeiten
M 4	Parameter zuordnen – n und p grafisch interpretieren
M 5	Ereigniswahrscheinlichkeiten mit dem Histogramm bestimmen
M 6	Erwartungswert und Standardabweichung grafisch interpretieren
M 8	Scheitertöpfe im Fluss

M 2

Einstieg: Qualifiziert sich der Basketballspieler?

Ein Basketballspieler trifft den Korb bei einem Wurf mit einer Trefferquote von $p = 0,6$. Um sich einen Einsatz im nächsten Spiel zu qualifizieren, verlangt seine Trainerin, dass der Spieler mindestens 75 % seiner Würfe trifft. Der Spieler darf selbst entscheiden, wie viele Würfe er durchführen möchte, um die Trefferquote von 75 % nachzuweisen.

Die Zufallsvariable X zählt die Treffer des Spielers und folgt einer binomialverteilten Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Aufgabe 1

Sollte der Basketballspieler vier oder 16 Würfe durchführen? **Entscheiden und begründen**.

- ☐ $n = 4$
- ☐ $n = 16$
- ☐ Es macht keinen Unterschied.

Aufgabe 2

Betrachtet wird zunächst die Wahrscheinlichkeitsverteilung für vier Würfe, also $n = 4$.

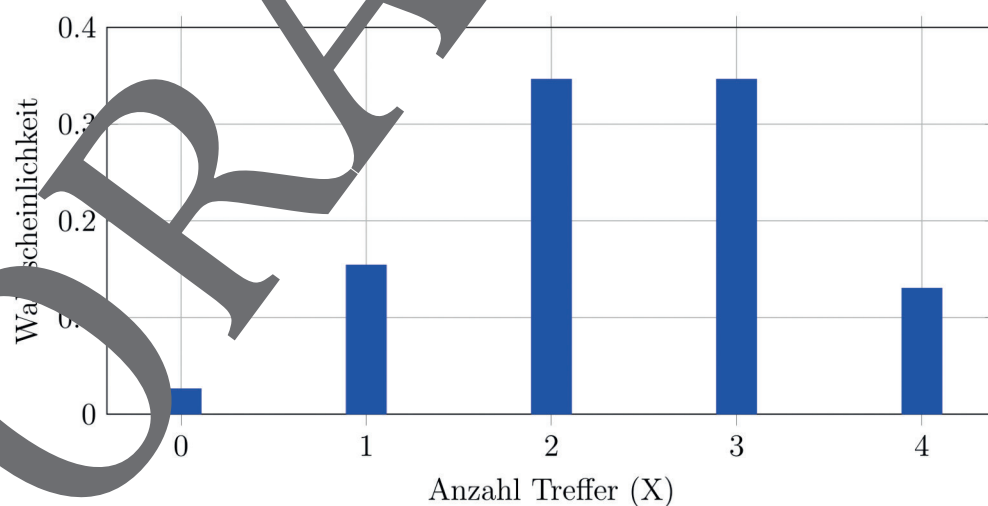
Erklären Sie, wie das Histogramm aus der tabellarischen Wahrscheinlichkeitsverteilung im Fall 1 hervorgegangen ist.

Fall 1: $n = 4, p = 0,6$

Wahrscheinlichkeitsverteilung

X	0	1	2	3	4
$P(X)$	0.0256	0.1536	0.3456	0.3456	0.1296

Histogramm



Aufgabe 3

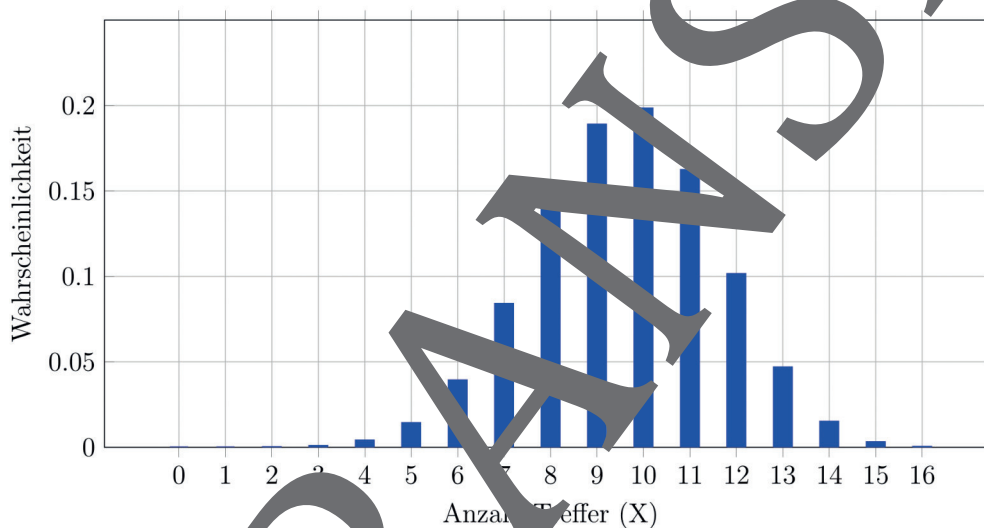
Der Basketballspieler sagt, dass er 16 Versuche durchführen möchte, weil er sich dann einige Fehlversuche mehr erlauben könne. Betrachtet wird nun also die Wahrscheinlichkeitsverteilung für 16 Würfe, also $n = 16$.

Beurteilen Sie seine Entscheidung, indem Sie die Erfolgswahrscheinlichkeiten für die zwei Fälle vergleichen.

Fall 2: $n = 16, p = 0,6$

Wahrscheinlichkeitsverteilung

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X)$	0.0000	0.0000	0.0001	0.0008	0.004	0.0142	0.0392	0.084	0.17	0.1889
X	10	11	12	13	14	15	16			
$P(X)$	0.1983	0.1623	0.1014	0.0468	0.015	0.003	0.0003			

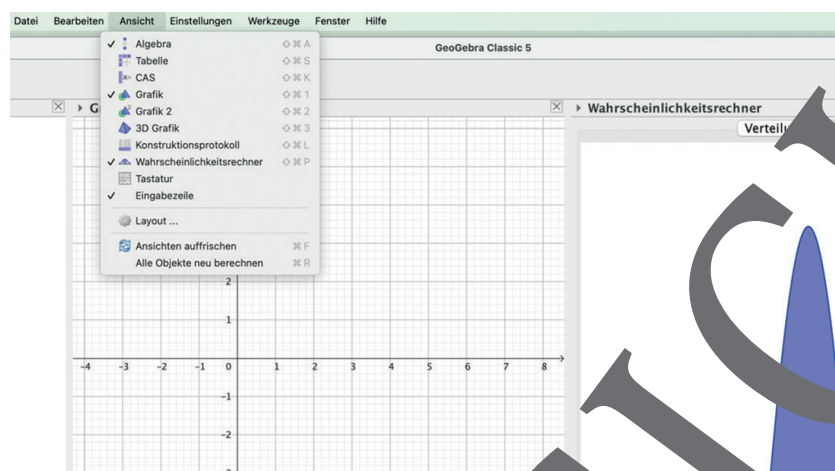
Histogramm

M 3

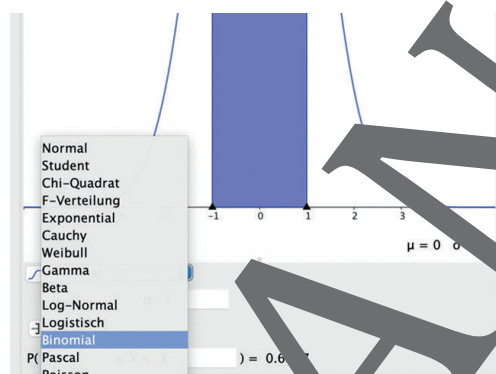


Erarbeitung: Welchen Einfluss haben n und p ?

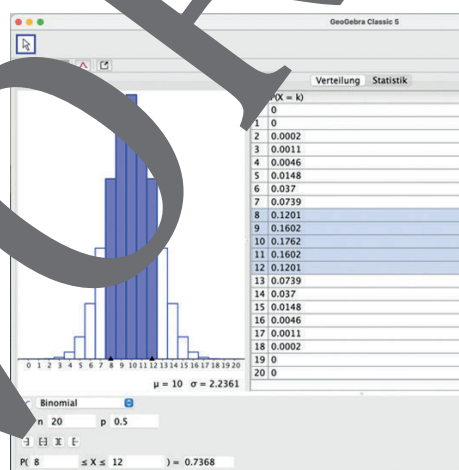
Erstellen Sie für das Beispiel aus M 2 ein Histogramm mit GeoGebra. Gehen Sie dafür wie folgt vor: Öffnen Sie GeoGebra und unter „Ansicht“ den „Wahrscheinlichkeitsrechner“ hinzufügen.



Von der „Normal“-Verteilung muss nun auf die „Binomial“-Verteilung umgestellt werden.



Man erhält nun das Säulendiagramm und die dazugehörige tabellarische Wahrscheinlichkeitsverteilung. Auch wenn der Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ angegeben. Verändern Sie n und p so, dass sie der Aufgabe aus M 2 entsprechen: $n = 16$; $p = 0,6$.

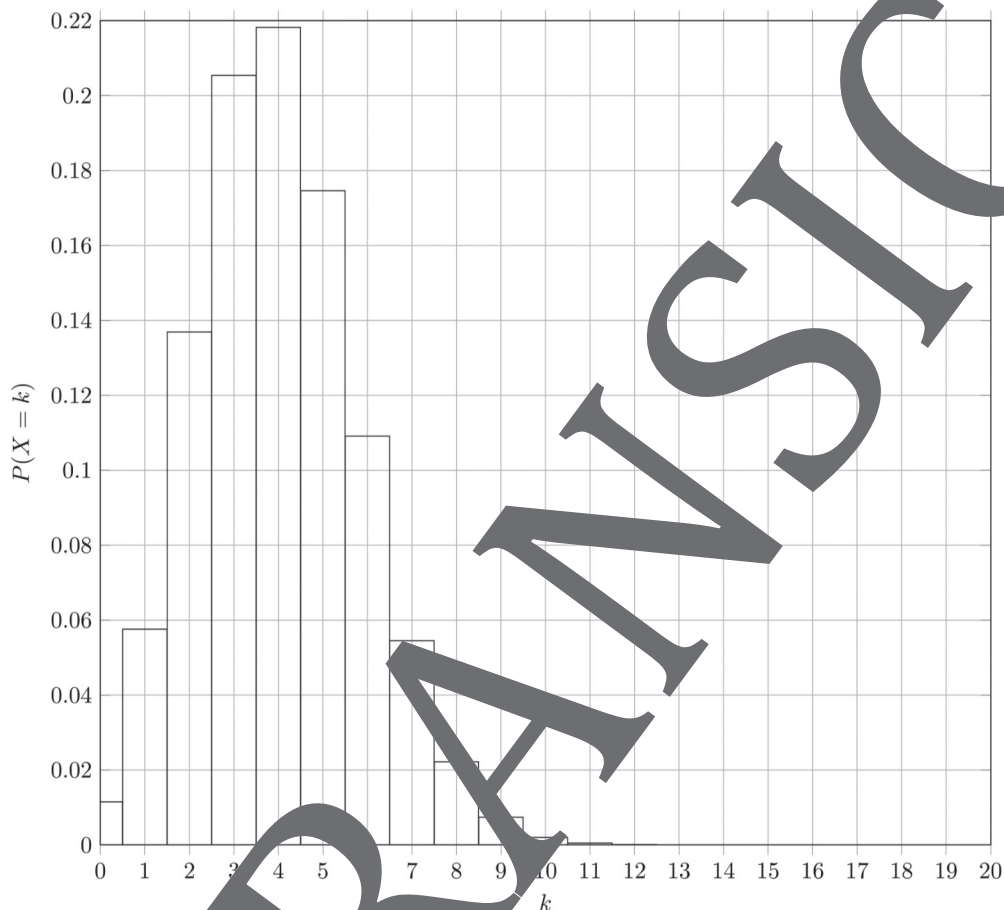


Übung: Ereigniswahrscheinlichkeiten mit dem Histogramm bestimmen

M 5

Das folgende Histogramm zeigt die Binomialverteilung mit den Kenngrößen

- Stichprobenumfang $n = 20$
- Erfolgswahrscheinlichkeit $p = 0,2$
- Erwartungswert $\mu = 4$
- Standardabweichung $\sigma \approx 1,7889$



Aufgabe 1

Markieren Sie in dem gegebenen Histogramm zunächst die entsprechenden Säulen in unterschiedlichen Farben. **Bestimmen** Sie dann die Wahrscheinlichkeiten mithilfe des Histogramms.

- $P(X = 4)$ rot
- $P(X \leq 3)$ blau
- $P(X \geq 9)$ grün
- $P(5 \leq X < 7)$ gelb

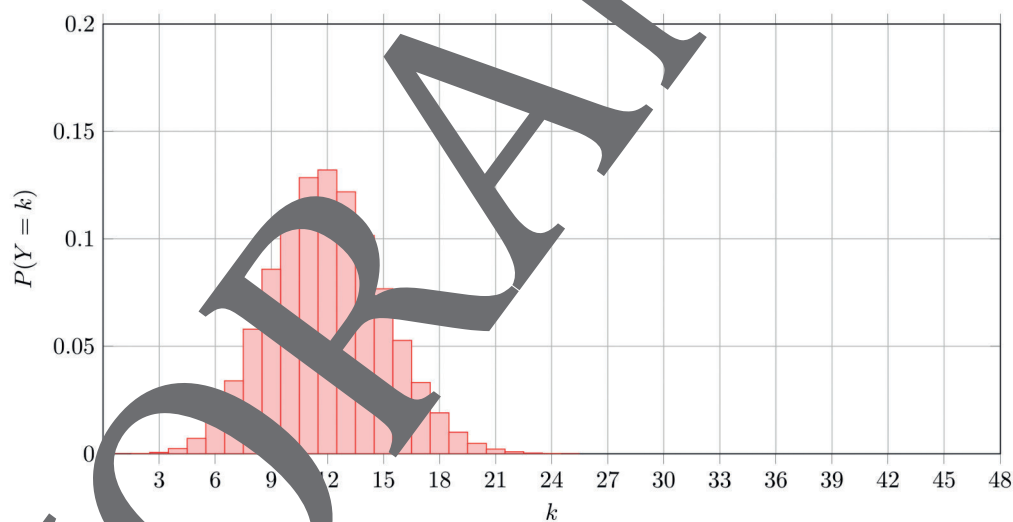
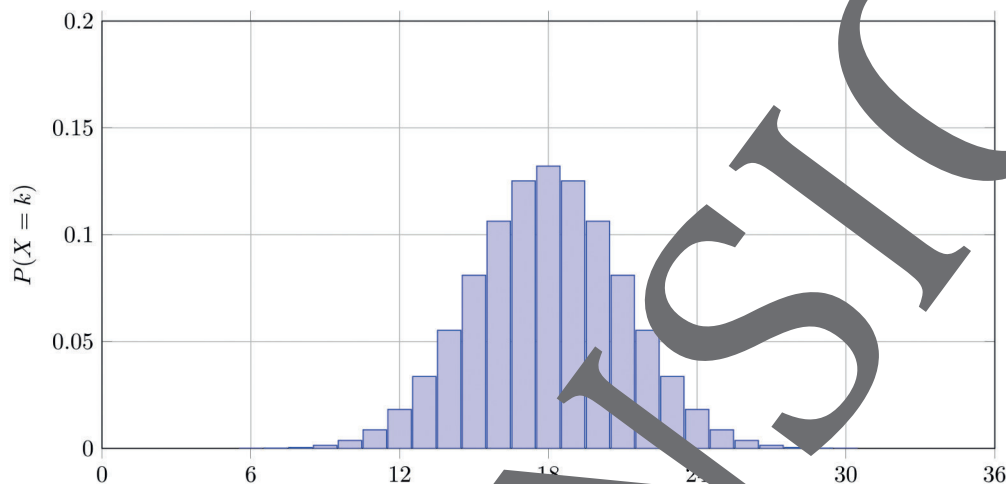
Übung: Erwartungswert und Standardabweichung grafisch interpretieren

M 6

Aufgabe 1

Gegeben sind die Histogramme für zwei binomialverteilte Zufallsgrößen X und Y . Die Standardabweichung beträgt für beide $\sigma = 3$.

- Ordnen** Sie die Erwartungswerte $\mu_1 = 18$ und $\mu_2 = 12$ den Histogrammen zu. **Begründen** Sie Ihre Entscheidung.
- Berechnen** Sie für beide Verteilungen die Parameter n und p .



Tipp

Nutzen Sie die Formeln zur Berechnung des Erwartungswertes und der Standardabweichung.



M 8

Übung: Schadstoffe im Fluss

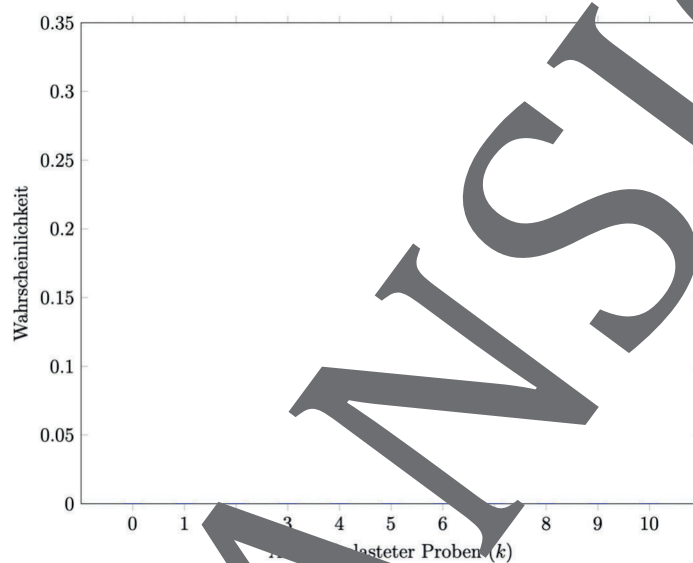
Ein Fluss wird regelmäßig auf Schadstoffe untersucht. Dazu werden $n = 10$ Wasserproben entnommen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine einzelne Wasserprobe mit einem bestimmten Schadstoff belastet ist, beträgt $p = 0,2$. Es wird eine Zufallsvariable X definiert, die die Anzahl der belasteten Proben angibt und binomialverteilt ist.

Aufgabe 1

Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl belasteter Proben grafisch dar.

Aufgabe 2

Zeichnen Sie ein Histogramm der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .

**Aufgabe 3**

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens zwei Proben belastet sind.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens drei Proben belastet sind.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau die Hälfte der Proben belastet ist.

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.

Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

