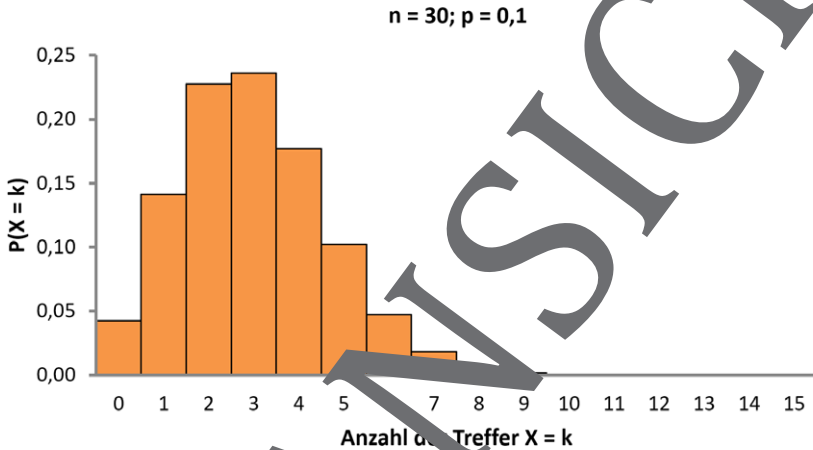


F.2.56

Binomialverteilung

Eigenschaften von Binomialverteilungen erkunden

Dr. Christina Bauer



© RAABE 2025

© Dr. Christina Bauer

Dieses Material behandelt mathematische Eigenschaften von Binomialverteilungen anhand eines Vergleichs von Histogrammen mit unterschiedlichem Stichprobenumfang n und unterschiedlichen Erfolgswahrscheinlichkeiten. Ihre Klasse hat die Möglichkeit, bekanntes Wissen hinsichtlich der Darstellung (Aufstellen einer Wahrscheinlichkeitsverteilung) zu aktivieren und ihre Aufmerksamkeit stärker auf die spezielle Verteilung und deren mathematische Eigenarten zu lenken. Ziel der Stunden ist, den Lernenden Beobachtungen über mathematische Gesetzmäßigkeiten anhand eines konkreten Beispiels (z. B. Drehen eines Glücksrades) mit ihren bisherigen Kenntnissen über Binomialverteilungen und Histogramme zu ermöglichen und sie zum Begreifen der gefundenen Gesetzmäßigkeiten anzuregen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	12/13
Dauer:	2 – 3 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	Mathematisch argumentieren, mathematische Darstellungen verwenden, kommunizieren
Methoden:	Analyse, Bildanalyse, Diskussion, Spiel
Materialart:	Bastel-/Malvorlage, Bildimpuls, Definition, Spiel, Top/Hilfestellung
Thematische Bereiche:	Eigenschaften von Binomialverteilungen anhand von Histogrammen erkunden, Bernoulli-Experiment, Satz von Moivre-Laplace, Binomialkoeffizient

Didaktisch-methodische Hinweise

Der Themenkomplex der Stochastik hat in den vergangenen Jahren eine starke Aufwertung erfahren, insbesondere durch die Verankerung der Leitidee „**Daten und Zufall**“ in den *KMK-Bildungsstandards* (auch) für die Oberstufe (KMK, 2012). Nicht nur innerhalb von Deutschland, sondern auch international wird der *Datenanalyse* im schulischen Curriculum eine große Bedeutung zugeschrieben. Neben den Grundbegriffen „**Zufallsgröße**“, „**Wahrscheinlichkeitsverteilung**“ und „**kumulierte Verteilung**“ sollte Ihre Klasse Wahrscheinlichkeiten mithilfe der **Bernoulli-Formel** berechnen und tabellarisch ablesen können.

Didaktisch dienen die aufbereiteten Stunden dazu, **Prognoseintervalle**, die Voraussetzung für das **Testen von Hypothesen** sind, zu veranschaulichen. Die Lernenden gewinnen bei dem Vergleich verschiedener Histogramme von Binomialverteilungen ein besseres Gefühl für **selbst** und können so den in den Folgestunden thematisierten Begriff der **Varianz** und **Standardabweichung** besser einordnen und verstehen.

Vergleicht man Histogramme mit unterschiedlichem **Stichprobenumfang** n und unterschiedlichen **Erfolgswahrscheinlichkeiten** p miteinander, so lassen sich folgende mathematische **Kernaussagen zu Binomialverteilungen** treffen (vgl. auch Fahse, in Vorbereitung und Tietze et al., 2002, S. 52 ff.):

1. Die Maximumstelle liegt nahe bei $n \cdot p$ (Erwartungswert).
2. Das Histogramm ist für $p = 0,5$ **symmetrisch** zu einem Maximum (gerades n) oder zu den beiden Maxima (ungerades n). Die Symmetrieachse verläuft durch $\frac{n}{2}$.
3. Die Histogramme sind für p und $1 - p$ zueinander symmetrisch – genauer: achsensymmetrisch zu $\frac{n}{2}$ – mit $P(X = k) = P(Y = n - k)$, wobei $X =$ „Anzahl Erfolge“ und $Y =$ „Anzahl Misserfolge“.
4. Bei festem p mit $p \notin \{0, 1\}$ gilt:
Mit größer werdendem n werden die Histogramme immer flacher und breiter.
5. Bei festem p mit $p \notin \{0, 1\}$ gilt:
Bei kleinem n erreicht das Maximum einen höheren Wert als bei großem n .
6. Bei festem p mit $p \notin \{0, 1\}$ gilt: Mit größer werdendem n wird eine „**Glockenform**“ immer deutlicher und die Verteilung ist nahezu symmetrisch um $n \cdot p$.
7. Bei festem n gilt: Je mehr p von 0,5 abweicht, desto weiter wird der Wert des Maximums und verschiebt sich in Richtung $X = 0$ bzw. $X = n$.
 - $p > 0,5$: Histogramm nach rechts verschoben, nicht symmetrisch
 - $p < 0,5$: Histogramm nach links verschoben, nicht symmetrisch
8. Bei festem n gilt: Die Histogramme werden immer breiter, je näher p an 0,5 liegt.

Das Begründen, insbesondere dieser mathematischen Kernaussagen zu Eigenschaften von Binomialverteilungen, fällt den meisten Jugendlichen im Unterricht schwer und wird selten explizit geübt. Bruder und Macke identifizieren im Zusammenhang mit der Kompetenz Argumentieren fünf „Grundformen des mathematischen Begründens“ (vgl. Bruder & Pinkernell, 2011, S. 3):

1. Begründung durch Bezug auf eine Definition,
2. Begründung durch Bezug auf einen Satz,
3. Begründung durch das Anwenden eines Verfahrens,
4. Begründung in Form eines Widerspruchsbeweises,
Widerlegung einer Aussage durch ein Gegenbeispiel.

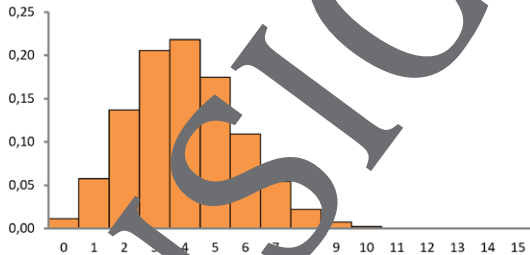
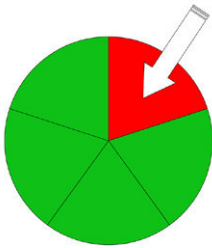
Grundlagen sichern – Einstieg

M 1

Stellen Sie sich vor, Sie arbeiten als Mathe-Experte in einer Firma, die Glücksräder für Online-Glücksspiele entwickelt. Sie sollen verschiedene **Glücksräder** und deren **Wahrscheinlichkeitsverteilungen** miteinander vergleichen und **Gesetzmäßigkeiten** für einen **Testbericht** zusammenstellen.

Aufgabe

Erklären Sie, was mit den folgenden acht Fachbegriffen gemeint ist und ordnen Sie die folgenden Abbildungen an der entsprechenden Stelle zu.



Grafiken: Dr. Christina Bauer

Bernoulli-Experiment	Anzahl der Treffer $k = 4$	Wahrscheinlichkeit für k Treffer $P(X = k)$
Trefferwahrscheinlichkeit $p = 0,2$	Erwartungswert $E(X) = 4$	Histogramm
Anzahl der Drehungen $n = 20$	Binomialverteilung	

Auftrag:

Untersuchen Sie die Histogramme der Binomialverteilungen verschiedener Glücksräder mit unterschiedlichen Gewinnwahrscheinlichkeiten für eine bestimmte Anzahl von Drehungen. Notieren Sie möglichst viele Beobachtungen und Vermutungen von Gesetzmäßigkeiten.

Tipp: Gerne können Sie am PC mit **Excel** Ihre Vermutungen überprüfen und weitere Histogramme zeichnen lassen.

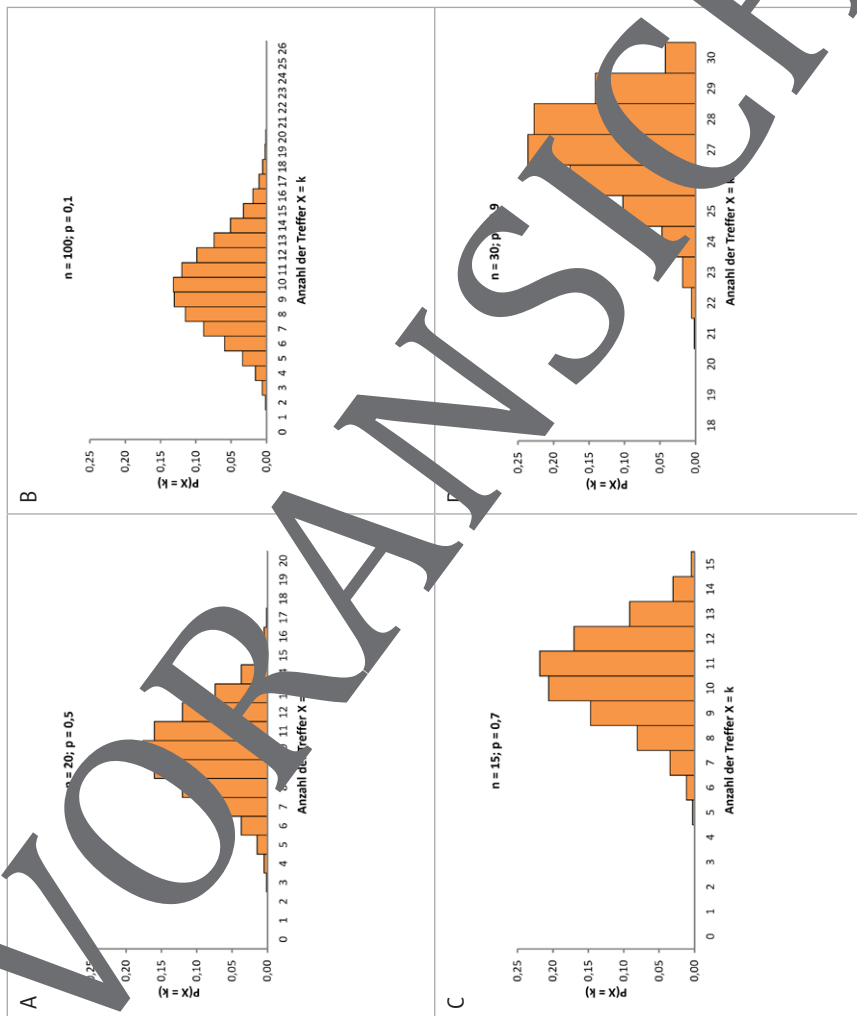
Für Schlussversuchen Sie Ihre Beobachtungen und Vermutungen zu begründen.

Zeit: 20 Minuten

M 2 Eigenschaften einer Binomialverteilung erkunden

Forschungsauftrag:

Vergleichen Sie die Histogramme der Binomialverteilungen verschiedener Glücksräder. Notieren Sie möglichst viele Beobachtungen und Vermutungen über mathematische Eigenschaften einer Binomialverteilung



© RAABE 2025

Grafiken: Dr. Christina Bauer

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

