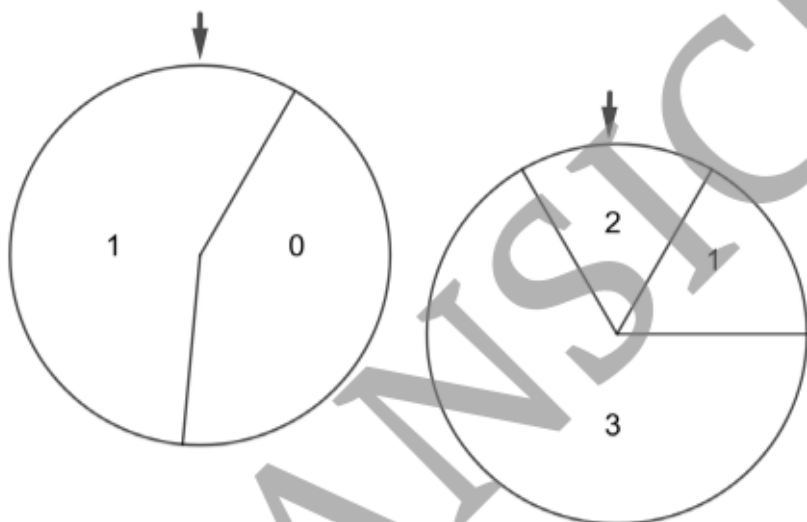


B.3.41

Ereigniswahrscheinlichkeiten

Glücksräder mit verschieden großen Sektoren – Aufgaben aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Günther Weber



Günther Weber © RAABE

Die Lernenden untersuchen Glücksräder mit zwei bzw. drei Sektoren, wobei die Größe der Sektoren und damit die Wahrscheinlichkeit, die Zahl des Sektors zu „erdrehen“, von einer bzw. zwei Bedingungen abhängt.

Beim Glücksrad mit drei Sektoren ist die Größe vom Sektor mit der Zahl 2 ein ganzzahliges Vielfaches k der Größe vom Sektor mit der Zahl 1. Die Wahrscheinlichkeiten, beim Drehen des Rades eine 1 oder 2 zu erzielen, bilden damit eine Folge von Zahlen, abhängig vom Vielfachen k . Die Aufgabe der Lernenden ist es, das Bildungsgesetz dieser von k abhängigen Folge zu bestimmen. Mithilfe des Bildungsgesetzes wird zu verschiedenen Ereignissen und der zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeit der Wert für k und somit auch sein Vielfaches bestimmt. In weiterer Folge nutzen die Jugendlichen diese Ergebnisse, die Wahrscheinlichkeit für 1 bzw. 2 und die Mittelpunktwinkel der mit 1 bzw. 2 bezeichneten Sektoren zu bestimmen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	(10), 11, 12, 13
Dauer:	3 – 4 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit mathematischen Objekten umgehen (K5)
Methoden:	Diskussion,
Materialart:	Arbeitsblatt, Differenzierungsmaterial,
Thematische Bereiche:	Baumdiagramme, Laplace-Wahrscheinlichkeit, Binomialverteilung, bedingte Wahrscheinlichkeit, Bernoulli-Experiment, Dreimal-mindestens-Aufgabe, ganzrationale Funktionen, Extrempunkte

Didaktisch-methodische Hinweise

Lernvoraussetzungen:

Aus dem Bereich der Stochastik beherrschen die Lernenden das Zeichnen von Baumdiagrammen und die Pfadregeln. Ebenso sollten sie die Formel von Bernoulli kennen und anwenden können. Die Jugendlichen können die Wahrscheinlichkeitsverteilung bei einem Zufallsversuch bestimmen und sie sind mit dem Erwartungswert einer Zufallsvariable vertraut. Den Jugendlichen bereiten die Addition und Multiplikation von Brüchen mit Variablen keine Schwierigkeiten. Ebenso sind sie vertraut mit dem Bestimmen von Extrema bei einer ganzrationalen Funktion.

Lehrplanbezug:

In den Kernlernplänen NRW (https://lehrplannavigator.nrw.de/system/files/media/document/file/klp-entwurf_vb_sii_gost_mathematik_1.pdf, aufgerufen am 26.05.2026) sind im Inhaltsfeld „Stochastik“ unter anderem folgende Kompetenzerwartungen aufgeführt:

Die Schülerinnen und Schüler ...

- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen,
- bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen,
- verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen,
- beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten,
- lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten,
- erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung.

Zusätzlich kommt aus dem Inhaltsfeld Analysis noch folgende Kompetenzerwartung hinzu:

- Verwenden das notwendige und hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- bzw. Wendepunkten.

Anwendung im Unterricht:

Aufgabe A und **Aufgabe B** sind unabhängig voneinander und können somit getrennt eingesetzt werden. Lassen Sie **Aufgabe A 1b)** bzw. **Aufgabe B1)** ohne MMS bearbeiten, denn Aufgaben der Art können auch im hilfsmittelfreien Teil des Abiturs vorkommen. Bearbeiten Sie **Aufgabe B 2b)** bei leistungsschwachen Lerngruppen gemeinsam. Die Aufgabenteile bei **Aufgabe B 3)** sind unabhängig voneinander: Sie können diese Aufgabenteile auf Lerngruppen aufteilen; nach der Bearbeitung werden diese dann den Schülerinnen und Schülern der anderen Lerngruppen vorgestellt.

Die Schülerinnen und Schüler lernen ...

die Größe der Sektoren beim Glücksrad so zu bestimmen, dass die Wahrscheinlichkeit für ein vorgegebenes Ereignis maximal wird. Zudem verwenden sie die Pfadregeln zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in zwei- bzw. mehrstufigen Zufallsexperimenten. Ebenso bestimmen die Lernenden bei einem vorgegebenen Zufallsexperiment die Größe des Mittelpunktswinkels des Sektors und daraus folgend die Wahrscheinlichkeit, den Sektor zu „erdrehen“.

Aufgaben

M 1

Aufgabe A:

Ein Glücksrad ist in zwei Sektoren, die mit 0 bzw. 1 beschriftet sind, eingeteilt.

1. Es sei p die Wahrscheinlichkeit, dass beim Drehen die 1 erscheint und E das Ereignis „Bei dreimaligem Drehen des Glücksrads erscheint genau zweimal die 0“.
 - a) Ermitteln Sie den Mittelpunktswinkel α , $\alpha \geq 100^\circ$ des mit 1 beschrifteten Sektors, wenn die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E gleich 0,432 ist.
 - b) Bestimmen Sie p so, dass die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E maximal wird, und ermitteln Sie eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für die Anzahl der 0.
 - c) Es sei F das Ereignis „Bei viermaligem Drehen des Glücksrads erscheint genau dreimal die 1“.
Ermitteln Sie die Mittelpunktswinkel der beiden Sektoren des Glücksrads, wenn die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse E und F gleich sind; zeichnen Sie ein zugehöriges Glücksrad mit dem Durchmesser $d = 3 \text{ cm}$.

Aufgabe B:

Ein Glücksrad hat drei Sektoren, die mit den Zahlen 1, 2 bzw. 3 beschriftet sind. Für das Glücksrad gelten folgende Bedingungen bei den einzelnen Drehungen:

- (1) Die Wahrscheinlichkeit, dass eine 1 erscheint ist gleich der Wahrscheinlichkeit für das Erscheinen einer 2.
 - (2) Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E : „Beim dreimaligen Drehen erscheint genau zweimal der mit 3 beschriftete Sektor“ soll möglichst groß werden.
1. Bestimmen Sie für jeden Sektor den Mittelpunktswinkel der drei Sektoren beim Ereignis E und zeichnen Sie das Glücksrad ($d = 3 \text{ cm}$).
 2. Die Bedingung (1) wird dahingehend geändert, dass die Wahrscheinlichkeit für das Erscheinen der 2 jetzt ein ganzzahliges Vielfaches (das k -fache, $k \geq 1 \in \mathbb{N}$) der Wahrscheinlichkeit für die 1 ist; die Bedingung (2) bleibt bestehen. Die Glücksräder, auf die sich die folgenden Aufgaben beziehen, entsprechen diesen beiden Bedingungen.
 - a) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, den Sektor mit der Zahl 1 zu „erdrehen“, gleich $p(1) = \frac{1}{3 \cdot (k+1)}$ ist.
 - b) Zeigen Sie, dass $p(3)$ unabhängig von der Zahl k ist.
 - c) Bei einem Glücksrad mit den obigen Bedingungen ist $p(1) = \frac{1}{45}$. Bestimmen Sie $p(2)$ und geben Sie eine Häufigkeitsverteilung für die Anzahl der Zweien bei drei Drehungen des Glücksrades an.