

F.6.15

Vermischte Aufgaben

Anzahlen, Wartezeiten, Verknüpfung von Ereignissen und mehr – Übungsblätter aus Wahrscheinlichkeitsrechnung

Alfred Müller

60 %



30 %



10 %



Links oben: © Anagoria / Wikimedia Commons / CC BY 3.0

Rechts oben: © Valerio Capello / Wikimedia Commons / CC BY-SA 3.0

Unten: © Thomas Wenger / Wikimedia Commons / CC BY-SA 2.0

Vier Übungsblätter bieten den Lernenden Aufgaben aus dem Gebiet der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Dabei wechseln sich Übungen mit konkreten Beispielen aus dem Alltag der Jugendlichen, wie der Fächerauswahl beim Abitur, mit eher abstrakten Themen ab. Fürs Lösen der Aufgaben kommen Vierfeldertafeln, Baumdiagramme, der Satz von Bayes und andere Methoden zum Einsatz.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	4–5 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	Probleme mathematisch lösen (K2), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit mathematischen Objekten umgehen (K5)
Methoden:	Diskussion, Computer- und Softwareeinsatz
Materialart:	Arbeitsblatt, Differenzierungsmaterial
Thematische Bereiche:	Baumdiagramme, bedingte Wahrscheinlichkeit, Kombinatorik, Wartezeiten, Binomialverteilung, Vierfeldertafel, Ereignisse und deren Verknüpfungen

Auf einen Blick

Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Glücksrädern

- | | |
|-----|----------------------------------|
| M 1 | Abiturprüfung und Abschlussfeier |
| M 2 | Anzahlen und Wartezeiten |
| M 3 | Ereignisverknüpfungen |
| M 4 | Kioskalltag |
-

Erklärung zu den Symbolen

leichtes Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Abiturprüfung und Abschlussfeier

M 1

1. Ein Abiturjahrgang besteht aus 120 Schülern, von denen 24 das Abiturprüfungsfach Latein und 80 das Abiturprüfungsfach Geschichte gewählt haben. 18 Schüler haben sowohl Latein als auch Geschichte gewählt.
 - a) Geben Sie den Zusammenhang der beiden folgenden Ereignisse in einer Vierfeldertafel an und überprüfen Sie die beiden Ereignisse auf Unabhängigkeit:
L: „Schüler hat das Abiturfach Latein“, G: „Schüler hat das Abiturfach Geschichte“
 - b) Ein Schüler des Abiturjahrgangs wird zufällig ausgewählt.
 - (i) Er hat das Abiturfach Geschichte gewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er auch das Abiturfach Latein gewählt?
 - (ii) Er hat das Abiturfach Latein gewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er auch das Abiturfach Geschichte gewählt?
 - c) Beschreiben Sie die folgenden Ereignisse in Worten. Geben Sie die dazu gehörenden Wahrscheinlichkeiten an:
 - (i) $L \cup G$
 - (ii) $(L \cap \bar{G}) \cup (\bar{L} \cap G)$
 - (iii) $\bar{G}$
2. Zur Abschlussfeier werden zahlreiche Ehrengäste eingeladen, auch an den Bürgermeister einer Partnerstadt in Südamerika. Auf dem Weg dorthin gehen erfahrungsgemäß 4 % der Briefe verloren, umgekehrt sogar 8 %. Der Bürgermeister der Partnerstadt beantwortet nur 90 % seiner Briefe.
 - a) Beschreiben Sie den geschilderten Vorgang mithilfe eines Baumdiagramms, in dem Sie alle auftretenden Wahrscheinlichkeiten angeben.
 - b) Es geht kein Antwortschreiben ein. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat der Bürgermeister das Einladungsschreiben erst gar nicht erhalten?
3. Zum Abschluss soll jeder Abiturient ein Klassenfoto erhalten. Leider wurden die Abzüge bei einem billigen Anbieter bestellt, dessen Fotodrucker erfahrungsgemäß mit 2 % einen Formatfehler (Ereignis F_1) und unabhängig davon mit 1 % einen Farbfehler (F_2) erzeugt.
 - a) Erstellen Sie mit den Ereignissen F_1 und F_2 ein Baumdiagramm und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse:
 E_1 : „Ein Bild hat einen Formatfehler und einen Farbfehler.“
 E_2 : „Ein Bild hat entweder einen Formatfehler oder einen Farbfehler.“
 E_3 : „Ein Bild hat einen Formatfehler, wenn es nicht fehlerfrei ist.“
 E_4 : „Ein Bild ist völlig fehlerfrei.“
 - b) Zur Abschlussfeier werden 123 Bilder bestellt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ...
 - (i) ... sind alle Bilder fehlerfrei? [Zur Kontrolle: $P(E_4) = 97,02\%$]
 - (ii) ... sind mindestens so viele Bilder fehlerfrei, dass jeder Abiturient ein fehlerfreies Exemplar bekommt?

Ereignisverknüpfungen

M 3

1. Welche der folgenden acht Beziehungen stellt für die unter a) bis c) angegebenen Ereignisse $A, B \subseteq \Omega$ eine wahre Aussage dar?

- (1) $A = B$ (2) $A \subseteq B$ (3) $B \subseteq A$ (4) $A \cap B = A$
 (5) $A \cap B = B$ (6) $A \cap B = \emptyset$ (7) $A \neq B$ (8) $A \cup B = \Omega$

- a) Ω : „Alle rationalen Zahlen“;
 A : „Alle natürlichen Zahlen“; B : „Alle Primzahlen“
 b) Ω : „Alle geometrischen Figuren“;
 A : „Alle Dreiecke“; B : „Alle Kreise“
 c) Ω : „Alle natürlichen Zahlen“;
 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 4\}$

2. Eine Urne enthält weiße und rote Kugeln. Für drei gezogene Kugeln werden die Ereignisse A_i : „Die i -te Kugel ist rot“, $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ definiert. Geben Sie die folgenden Ereignisse in Abhängigkeit von A_i an:

- E_1 : „Alle Kugeln sind rot.“
 E_2 : „Die ersten beiden Kugeln sind rot.“
 E_3 : „Mindestens eine Kugel ist rot.“
 E_4 : „Nur die dritte Kugel ist rot.“
 E_5 : „Genau eine Kugel ist rot.“
 E_6 : „Alle Kugeln sind weiß.“

3. Es ist Ω die Menge aller möglichen Ereignisse.

Welches der folgenden Ereignisse ist wahr, welche falsch?

- A_1 : „Aus $A \subseteq B \subseteq \Omega$ folgt, dass das Ereignis A sicher dann eintritt, wenn das Ereignis B eingetreten ist“.
 A_2 : „ A und $\bar{A}$ treten nur manchmal gemeinsam auf.“
 A_3 : „Das Ereignis Ω tritt nie ein.“
 A_4 : „Aus $A \cup B = \Omega$ folgt, dass eines der Ereignisse A oder B eintritt.“

4. Für ein Produkt werden zwei Maschinen benötigt, von denen jede während einer festen Zeitspanne ausfallen kann. Es werden die Ereignisse A_i : „Die i -te Maschine funktioniert.“, $i \in \{1, 2\}$ definiert.

Bestimmen Sie in Abhängigkeit der Ereignisse A_i die Ereignisse

- B_k : „Genau k Maschinen funktionieren“ ($k = 0, 1, 2$) und
 C : „Mindestens eine Maschine funktioniert.“