

S.4.8

Analysis und Stochastik

Pedelec- bzw. Fahrrad-Unfälle in Analysis und Stochastik

Günther Weber



© RAABE 2025

© filip boussuut / Wikimedia Commons / CC BY 2.0

Die Verkaufszahlen von Pedelecs sind in den letzten Jahren stark angestiegen. Gleichzeitig ist auch die Anzahl der Unfälle und Verletzten gestiegen. Im Beitrag wird die Anzahl der Pedelecs sowie die Anzahl der Unfälle mit Personenschäden mit einem Pedelec bzw. mit einem Fahrrad aufgetrennt nach verschiedenen Altersgruppen mithilfe von Funktionen angenähert und die Güte der Annäherung durch die Funktionen mithilfe der Abweichung von den realen Daten untersucht. Die Funktionen sind hierzu mithilfe der Unfallzahlen zu bestimmen. Ebenso wird der Wahrheitsgehalt von Aussagen bestimmt und (bedingte) Wahrscheinlichkeiten berechnet, die sich beziehen auf die verschiedenen Altersgruppen der Bevölkerung, auf die Anzahl von Pedelecs (Fahrrädern), die Schwere des Unfalls sowie auf die (durchschnittliche) Jahresfahrleistung beziehen.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe: 10/11/12/13

Dauer: 5–6

Kompetenzen: Mathematisch argumentieren und beweisen, Mathematische Darstellungen verwenden, Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Textkompetenz, Umgang mit Texten und Medien

Methoden: Computer- und Softwareeinsatz, Digitale Übung, Übung

Materialart: Tabellenkalkulation, Grafik

Inhalt: Ganzrationale Funktion 3. Grades, Null- und Schnittstellen, Extrempunkte, Prozentrechnung, Tangente, Regressionsgerade, Korrelationskoeffizient, mathematische Aussagen, (bedingte) Wahrscheinlichkeit

Didaktisch-methodische Hinweise

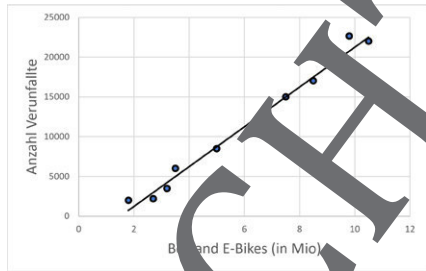
Lernvoraussetzungen:

Die Bestimmung der Gleichung einer ganzrationalen Funktion oder einer Exponentialfunktion bereitet Ihren Schülern und Schülern keine Schwierigkeiten. Sie wissen, dass die „Güte“ der Annäherung der realen Daten durch eine Funktion mithilfe der absoluten bzw. quadratischen Abweichung überprüft werden kann, und können die Abweichung auch mithilfe einer Tabellenkalkulation berechnen. Ebenso können Sie die Gleichung der Tangente parallel zu einer Strecke an den Graphen einer vorgegebenen Funktion aufstellen. Die Lernenden wissen, dass der Anstieg einer Funktion mithilfe der 1. Ableitungsfunktion bestimmt werden kann. Aus vorhandenen Daten können die Lernenden den Wahrheitsgehalt von Aussagen bestimmen. Die Berechnung einer Laplace-Wahrscheinlichkeit oder einer bedingten Wahrscheinlichkeit bereitet ihnen keine Schwierigkeit.

Lineare Regression und Korrelationskoeffizient

Bei der linearen Regression wird versucht, den Zusammenhang zwischen zwei Variablen zu beschreiben bzw. vorherzusagen. Die Variable, die zur Vorhersage genutzt wird, wird als unabhängige Variable (x) bezeichnet; die Variable, deren Werte vorhergesagt werden sollen, wird abhängige Variable (y) genannt.

Die lineare Regressionsfunktion beschreibt den Zusammenhang zwischen den Variablen durch eine Gerade.



Grafik: Günther Weber

Ist n die Größe der Stichprobe und sind $x_i, y_i; 1 \leq i \leq n$ die Werte der beiden Variablen x bzw. y , so berechnet sich die Steigung der Regressionsfunktion durch die Formel

$$m = \frac{s_{xy}}{s_{xx}}, \text{ wobei}$$

$\bar{x}, \bar{y}$ die Mittelwerte der beiden Variablen sind.

$s_{xx} = (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2$ (quadratische Abweichung bzgl. der x -Werte) und

$s_{xy} = (x_1 - \bar{x}) \cdot (y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x}) \cdot (y_n - \bar{y})$ ist.

Die Regressionsgerade verläuft durch den sogenannten Schwerpunkt der Daten $S(\bar{x}|\bar{y})$.

Die Korrelation informiert über den Grad des Zusammenhangs zwischen den beiden Variablen und wird ausgedrückt durch den Korrelationskoeffizient r .

Eine Berechnung (nach Bravais-Pearson) geschieht durch die Formel

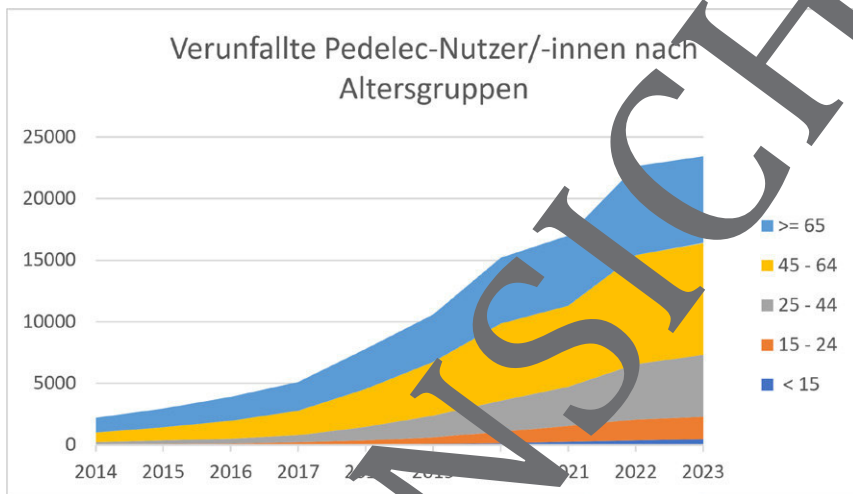
$$r = \frac{s_{xy}}{\sqrt{s_{xx} \cdot s_{yy}}}, \text{ wobei}$$

$s_{yy} = (y_1 - \bar{y})^2 + \dots + (y_n - \bar{y})^2$ die quadratische Abweichung bzgl. der y -Werte ist.

Der Korrelationskoeffizient kann Werte zwischen -1 und +1 annehmen. Werte in der Nähe von +1 (+/-) geben einen starken positiven (negativen) linearen Zusammenhang zwischen den betrachteten Merkmalen an. Bei Werten in der Nähe von 0 hängen die Merkmale überhaupt nicht linear voneinander ab.

Aufgaben

Die folgende Abbildung zeigt ein gestapeltes Flächendiagramm mit der Entwicklung der verunfallten Pedelec-Nutzer/-innen in der Zeit von 2014 bis 2023 unterteilt nach Altersgruppen.



Grafik: Günther Weber

Daten abgelesen aus dem Diagramm:

Pedelec-Unfälle: Verunglückte sind immer jünger – Statistisches Bundesamt (destatis.de)

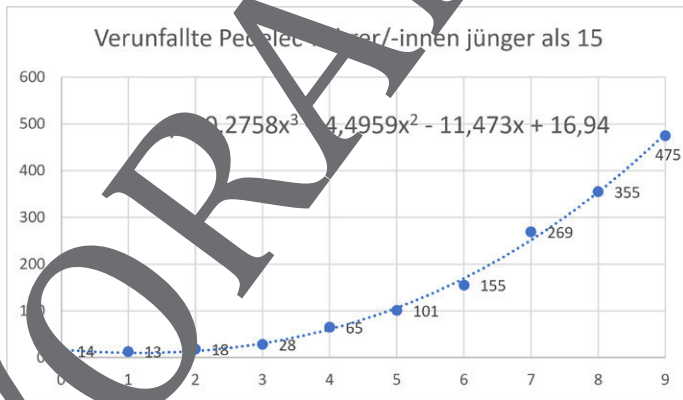
(abgerufen am 14.05.2024)

1. a) Beschreiben Sie anhand des Diagramms die Entwicklung der Unfallzahlen insgesamt und nach Altersklasse.

Die folgende Tabelle zeigt die Anzahl der verunfallten Pedelec-Nutzer/-innen im betrachteten Zeitraum.

Jahr	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Anzahl	2221	2940	3898	5111	7816	10 612	15 210	17 014	22 643	28 452

- Bestimmen Sie mithilfe der in der Tabelle fett markierten Zahlen eine ganzrationale Funktion 3. Grades $v(t)$, die die Anzahl der Verunfallten angibt. Wählen Sie $t=0$ für das Jahr 2014.
 - Berechnen Sie den Mittelwert der Abweichung der Funktionswerte der Funktion $v(t)$ mit den erhobenen Daten. Vergleichen Sie den Mittelwert der Abweichungen mit dem Mittelwert der absoluten Abweichung.
 - Berechnen Sie die jährlichen prozentualen Veränderungen der Anzahl der Verunfallten und bestimmen Sie deren Mittelwert m . Bestimmen Sie mithilfe dieses Mittelwertes eine Exponentialfunktion $v_e(t) = a \cdot m^t$, die die Anzahl der Verunfallten angibt.
 - Bestimmen Sie den Zeitraum, in dem die mit der Funktion $v(t)$ bestimmte Anzahl der Verunfallten größer ist als die Anzahl der mit der Funktion $v_e(t)$ Verunfallten. Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem dieser Abstand am größten ist.
2. Das nachfolgende Diagramm zeigt die Anzahl der verunfallten Pedelec-Fahrer/-innen jünger als 15 Jahre sowie den Graphen einer Trendfunktion v_t 3. Grades mit der zugehörigen Funktionsgleichung.



Graph: Günther Weber

Mehr Materialien für Ihren Unterricht mit RAAbits Online

Unterricht abwechslungsreicher, aktueller sowie nach Lehrplan gestalten – und dabei Zeit sparen.
Fertig ausgearbeitet für über 20 verschiedene Fächer, von der Grundschule bis zum Abitur: Mit RAAbits Online stehen redaktionell geprüfte, hochwertige Materialien zur Verfügung, die sofort einsetz- und editierbar sind.

- ✓ Zugriff auf bis zu **400 Unterrichtseinheiten** pro Fach
- ✓ Didaktisch-methodisch und **fachlich geprüfte Unterrichtseinheiten**
- ✓ Materialien als **PDF oder Word** herunterladen und individuell anpassen
- ✓ Interaktive und multimediale Lerneinheiten
- ✓ Fortlaufend **neues Material** zu aktuellen Themen



Testen Sie RAAbits Online
14 Tage lang kostenlos!

www.raabits.de

