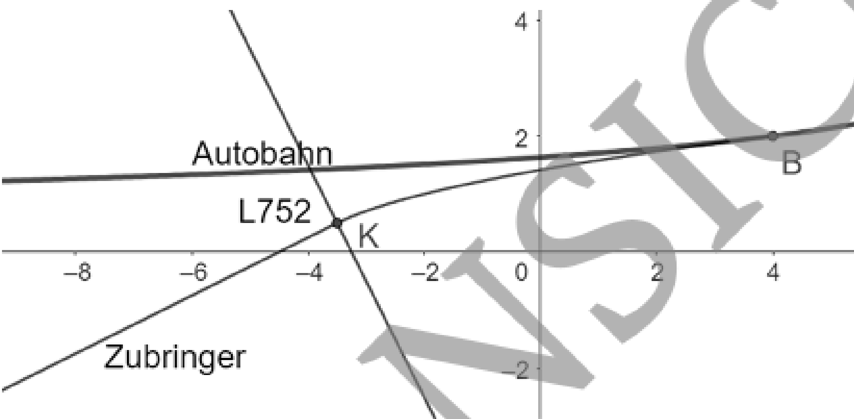
B.1.17

Wurzelfunktionen

Autobahnzubringer und Autohof – Modellierung mit Wurzelfunktionen

Günther Weber



Grafik: Günther Weber

Wurzelfunktionen kommen im Mathematikunterricht oft im Zusammenhang mit Anwendungsaufgaben vor.

Am Beispiel des Verlaufs einer Autobahn sowie eines Zubringers modelliert Ihre Klasse den Verlauf der Straßen mithilfe von Wurzelfunktionen. Dabei stellen die Schnittpunkte der Funktionsgraphen die Kreuzungen und Einmündungen dar, während die Bogenlänge für die gefahrene Strecke steht. Mithilfe der Integralrechnung bestimmen die Lernenden schließlich die Fläche eines Grundstücks, das von den Straßen eingeschlossen wird.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	11/12/13
Dauer:	1 – 2 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit mathematischen Objekten umgehen (K5)
Methoden:	Bildanalyse, Computer- und Softwareeinsatz, Unterrichtsgespräch
Materialart:	Arbeitsblatt, Bildimpuls, GeoGebra
Thematische Bereiche:	Wurzelfunktion, Integrieren, Differenzieren, Schnittpunkt von Graphen, mathematisch modellieren

Methodisch-didaktische Anmerkungen

Vor der Bearbeitung von **Aufgabenteil a)** wiederholen sie noch einmal, welche Eigenschaften beim knickfreien Übergang zweier Graphen vorliegen müssen. Wird die Ableitung der Funktion g nicht mit einem MMS durchgeführt, so führen Sie bei leistungsschwachen Kursen die Ableitung mit Potenz- und Kettenregel gemeinsam durch. Bei **Aufgabenteil b)** können Sie auf das Lösungsverfahren (Isolierung der Wurzel) bei Wurzelgleichungen hinweisen. Im Unterrichtsgespräch können Sie auf die Bedeutung der doppelten Nullstelle eingehen. Bei **Aufgabenteil d)** kann bei leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern der Punkt, an dem das „Tempo 80" Schild steht $P_{80}\left(x_{80}\,|\,f(x_{80})\right)$ angegeben werden. Veranschaulichen Sie bei den **Aufgabenteilen f)** und **g)** die zu berechnende Fläche vor der Bearbeitung mithilfe von GeoGebra.

Auf einen Blick

Autobahnzubringer und Autohof – Modellierung mit Wurzelfunktionen

M 1 Aufgaben

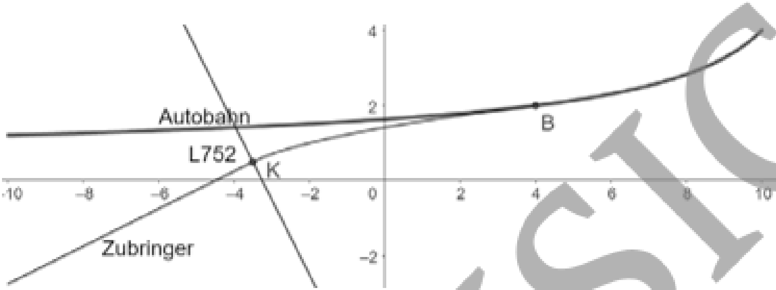
Erklärung zu den Symbolen

leichtes Niveau	mittleres Niveau	schwieriges Niveau

Aufgaben

M 1

In einem geeigneten Koordinatensystem $(1\,\text{LE} \mathrel{\hat{=}} 250\,\text{m})$ lässt sich der Straßenverlauf folgendermaßen modellieren. Der Abschnitt einer Autobahn verläuft entlang des Graphen der Funktion $f(x)=\dfrac{4}{\sqrt{6-0{,}5x}}, -10 \le x \le 10$. Ein Autobahnzubringer verläuft geradlinig bis zu einer Kreuzung K und anschließend entlang des Graphen der Funktion $g(x)=\sqrt{0{,}5x+2}; x \in [-3{,}5; x_B]$, bis er im Punkt B auf die Autobahn trifft.



Grafik: Günther Weber

a) Die beiden Straßenabschnitte des Zubringers gehen an der Kreuzung K knickfrei ineinander über. Bestimmen Sie die Position der Kreuzung K und die Gleichung des geradlinigen Teils des Zubringers.

b) Bestimmen Sie den Punkt B, in dem der Zubringer in die Autobahn einmündet und zeigen Sie, dass die Einmündung knickfrei erfolgt.

c) An der Kreuzung K biegt rechtwinklig die Landstraße L752 ab, die die Autobahn unterquert. Bestimmen Sie die Position U auf der Autobahn, an der die Landstraße L752 die Autobahn unterquert. Berechnen Sie die Entfernung der Unterquerung U von der Kreuzung K.

d) Einen Kilometer bevor der Zubringer auf die Autobahn im Punkt B stößt, beginnt auf der Autobahn eine Geschwindigkeitsbegrenzung auf $80\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$. Bestimmen Sie die Position P_{80}, an der die Beschilderung erstmals aufgestellt ist.

Zur Information: Die Bogenlänge L einer Funktion f(x) über dem Intervall [a;b] beschreibt die Länge der Funktionskurve in dem Intervall. Sie berechnet sich nach der Formel

$$L=\int_a^b \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}$$