

A.1.39

Rationale Funktionen – Ganzrationale Funktionen

Modellierung mit ganzrationalen Funktionen am Beispiel der Preisentwicklung von Holzpellets

Günther Weber



© dardspot / iStock / Getty Images Plus

Die Lernenden nähern die Entwicklung der Preise von Holzpellets durch ganzrationale Trendfunktionen an und untersuchen diese mit den Methoden der Analysis.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	11/12/13
Dauer:	5 – 6 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	mathematisch argumentieren (K1), mathematisch modellieren (K3), mathematische Darstellungen verwenden (K4), mit mathematischen Objekten umgehen (K5)
Methoden:	Bildanalyse, Computer- und Softwareeinsatz, Unterrichtsgespräch
Materialart:	Informationsblatt, Arbeitsblatt, Bildimpuls, GeoGebra, Tabellenkalkulationsprogramm
Thematische Bereiche:	ganzrationale Funktion 2., 3. und 5. Grades, Trendfunktionen, Extrempunkte, Prozentrechnung, Tangente und Berührungspunkt, Integrieren, Differenzieren, Schnittpunkt von Graphen, mathematisch modellieren

Hinweise

Lernvoraussetzungen:

Ihre Schülerinnen und Schüler sollten aus vorgegebenen Bedingungen den Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion bestimmen können. Sie können eine Tangentengleichung an den Graphen einer Funktion bestimmen und eine Funktionsuntersuchung hinsichtlich der Steigung des Graphen und der Extrempunkte bereitet ihnen ebenso keine Schwierigkeiten wie die Berechnung eines bestimmten Integrals. Von Vorteil ist es, wenn die Lernenden sicher im Umgang mit einem MMS sind und Formeln in eine Tabellenkalkulation eingeben können. Die Erstellung der Trendfunktion mit GeoGebra kann im Unterricht gezeigt oder erklärt werden (siehe M 2).

Lehrplanbezug

Im Kernlehrplan

https://lehrplannavigator.nrw.de/system/files/media/document/file/klp-entwurf_vb_sii_gost_mathematik_1.pdf

(aufgerufen am 10.2.2026) finden sich unter anderem folgende Kompetenzerwartungen

Informationen zu Holzpellets

M 1

Während in großen Wohneinheiten vorwiegend in städtischen Gebieten die Energieversorgung oft mit Fernwärme erfolgt, wird in vielen Häusern das für die Heizung und für den Verbrauch benötigte Warmwasser vor Ort erhitzt. Am weitesten verbreitet ist hierbei die Warmwassererzeugung mit den fossilen Energieträgern Gas und Öl, deren Ressourcen endlich sind.



© D-Kuru / Wikimedia Commons / CC BY-SA 3.0

Im Gegensatz hierzu steht das Heizen mit erneuerbaren Energieträgern wie Wärmepumpe, Solarthermie oder Pellets.

Holzpellets bestehen aus Holzabfällen oder unbehandeltem Holz; sie haben oft Zylinderform, wobei die Länge von 22 mm–26 mm reicht und der Durchmesser ca. 7 mm beträgt. Besteht im Haus ausreichend Lagermöglichkeit, so kann der Brennstoff in Form von **losen** Pellets bestellt werden. Diese werden dann mit einem Silozug angeliefert und in das Lager eingebracht. Ist kein ausreichender Lagerraum verfügbar, oder wird nur ein Ofen/Kamin mit Pellets beheizt, so können die Pellets auch als Sackware gekauft werden.



© dardespot / iStock / Getty Images Plus

M 2 Erstellung einer Trendfunktion mit GeoGebra

Um Datenpunkte optimal anzunähern und Trends zu modellieren, wird eine sogenannte Trendfunktion so bestimmt, dass die Abweichungen (Summe der quadrierten vertikalen Abstände) zwischen den Datenpunkten und dem Funktionsgraphen minimiert werden.

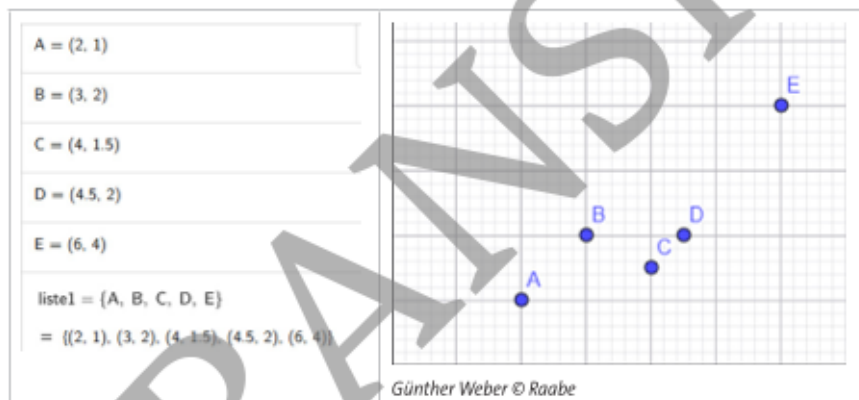
Je nach Lage der Datenpunkte kann es sich bei dem Graphen der Funktion um eine Gerade, den Graphen einer Polynomfunktion n-ten Grades oder den Graphen einer Exponentialfunktion handeln.

Schritte zur Erstellung einer Trendfunktion mit GeoGebra:

Datenpunkte eingeben und im Grafikenfenster anzeigen lassen.

Liste der Datenpunkte durch Angabe der Bezeichnung der Punkte festlegen.

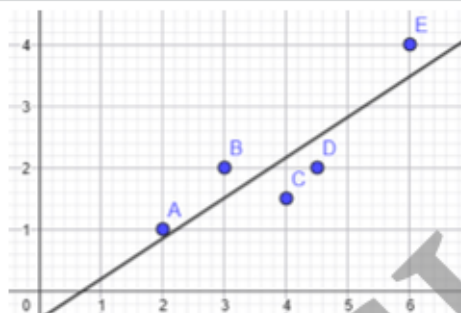
Alternativ können in der Liste auch die Koordinaten der Punkte angegeben werden.



Nach der Eingabe zur Bestimmung der Trendfunktion zeichnet GeoGebra den Graphen der Trendfunktion und gibt die Funktionsgleichung aus. Auf der nächsten Seite folgen einige Möglichkeiten:

Annäherung der Punkte durch eine lineare Trendfunktion.

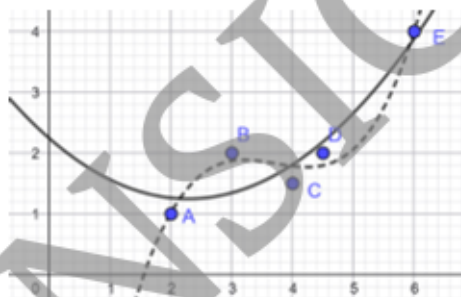
$$\begin{aligned} f: & \text{Trendlinie(liste1)} \\ & = y = 0.66x - 0.46 \end{aligned}$$



Annäherung der Punkte durch eine ganzrationale Trendfunktion 2. (durchgezogene Linie) oder 3. Grades (gepunktete Linie).

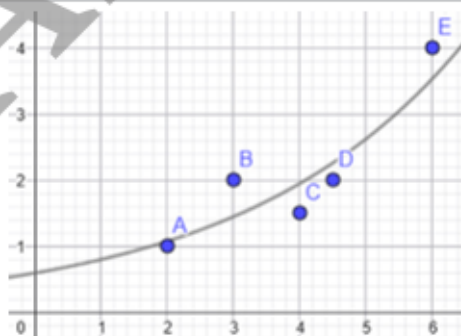
$$\begin{aligned} g(x) &= \text{TrendPoly(liste1, 2)} \\ &= 0.19x^2 - 0.87x + 2.24 \\ h(x) &= \text{TrendPoly(liste1, 3)} \\ &= 0.22x^3 - 2.42x^2 + 8.82x - 8.67 \end{aligned}$$

Die letzte Zahl in der Klammer hinter dem Befehl TrendPoly(<Liste>, <Grad>) gibt den Grad der ganzrationalen Trendfunktion an.



Annäherung der Punkte durch eine exponentielle Trendfunktion.

$$\begin{aligned} p(x) &= \text{TrendExp(liste1)} \\ &= 0.59 e^{0.3x} \end{aligned}$$



Grafiken: Günther Weber © Raabe