A.1.40

Ganzrationale Funktionen

Ganzrationale Funktionenschar und Integralfunktion – Aufgabenblatt aus Analysis

Alfred Müller

© Ecole polytechnique Université Paris-Saclay / Wikimedia Commons / CC BY-SA 2.0

Die Lernenden ermitteln Nullstellen und Extrempunkte einer ganzrationalen Funktionenschar in Abhängigkeit vom Parameter A und bestimmen die Ortskurve der Hochpunkte. Ferner berechnen sie Schnittpunkte und untersuchen eine Integralfunktion zu der gegebenen Funktionenschar.

© RAABE 2026 | Es gelten die Lizenzbedingungen

VORANSICHT

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	11/12/13
Dauer:	1 – 2
Kompetenzen:	Mathematisch argumentieren und beweisen, Mathematische Darstellungen verwenden, Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen, Textkompetenz
Methoden:	Übung
Materialart:	Arbeitsblatt, Differenzierungsmaterial
Thematische Bereiche:	Ganzrationale Funktionenschar, Nullstellen, Extremstellen, Ortskurve Schnittpunkte mit anderer Funktion, Flächenberechnung, Integralfunktion

Auf einen Blick

Ganzrationale Funktionenschar und Integralfunktion – Aufgabenblatt aus Analysis

M 1 Ganzrationale Funktionenschar und Integralfunktion

Erklärung zu den Symbolen

Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.

leichtes Niveau

mittleres Niveau

schwieriges Niveau

VORANSICHT

© RAABE 2026 | Es gelten die Lizenzbedingungen

Ganzrationale Funktionenschar und Integralfunktion M 1

Gegeben ist die in $D = \mathbb{R}$ definierte Schar von Funktionen f_a durch ihre Gleichung $f_a(x) = \frac{1}{a}x(x-a)^2$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ und Graphen G_a.

1.

a) Bestimmen Sie für alle Graphen G_a die Schnittpunkte mit der x-Achse sowie die Koordinaten von Hochpunkt H und Tiefpunkt T.

b) Auf welcher Kurve G_g bewegen sich alle Hochpunkte H, wenn a alle zugelassenen Werte annimmt?
Geben Sie die Gleichung y = g (x) dieser Kurve sowie deren Definitionsmenge D_g an.

c) Bestimmen Sie für alle Graphen G_a die Koordinaten des Wendepunktes W und die Gleichung der Wendetangente t_w.

d) Zeichnen Sie für a = 6 den Graphen G_6 im Intervall [0;8]. Zeichnen Sie auch die zu a = 6 gehörende Wendetangente $t_{w,6}$ sowie die Ortskurve der Hochpunkte aus Teilaufgabe b) ein.

e) Die Funktion $h(x) = \frac{4}{3}x^2$ hat den Graphen G_h.

Die Graphen G_6 und G_h schließen eine Fläche A ein. Berechnen Sie die Maßzahl dieser Fläche.

2.

a) Die Gerade mit der Gleichung x = u mit 0 < u < 2 schneidet den Graphen G_6 im Punkt A und den Graphen G_h im Punkt B. Bestimmen Sie den Wert von u auf zwei Dezimalen, für den die Länge $\ell = \overline{AB}$ maximal ist.

b) Geben Sie ohne weitere Berechnung den Wert des Integrals $I = \int_0^2 \ell(u)du$ an. Beachten Sie dabei, dass I eine Flächenmaßzahl festlegt.

3. Gegeben ist ferner die Integralfunktion $F(x) = \int_6^x f_6(t)dt$ mit $D_F = \mathbb{R}$. Lösen Sie folgende Aufgaben ohne Berechnung des Funktionsterms von F.

a) Geben Sie die Anzahl der Nullstellen von F an und beschreiben Sie deren Lage.

b) Untersuchen Sie die Funktion F auf Extremwerte und geben Sie gegebenenfalls deren Abszissen an.

© RAABE 2026 | Es gelten die Lizenzbedingungen

VORANSICHT