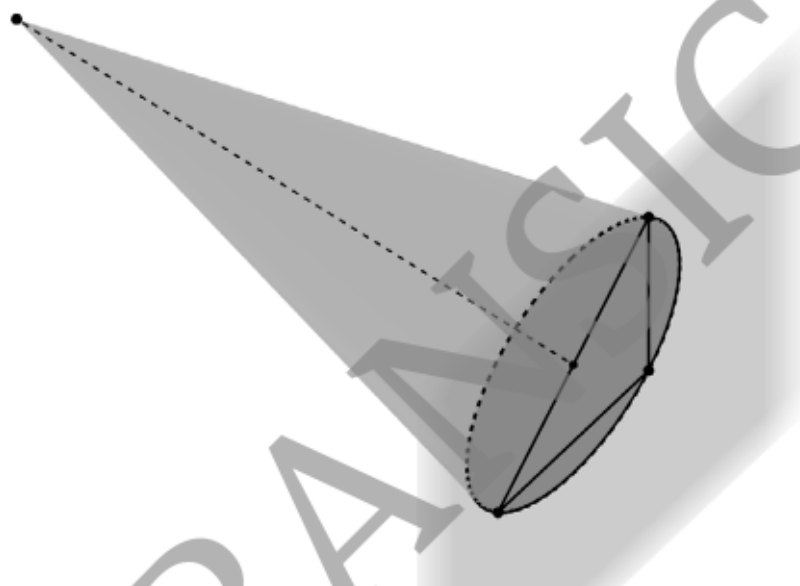


## E.2.45

### Geraden und Ebenen – Lagebeziehungen

## Parallele Geraden, Ebenen und ein Kegel – Zwei Übungsblätter aus Analytischer Geometrie

Alfred Müller



Zwei Übungsblätter bieten Ihrer Klasse Aufgaben aus dem Bereich der Analytischen Geometrie. Die Jugendlichen untersuchen Geraden auf Parallelität und spannen dazwischen eine Ebene auf. Bei einem Dreieck im Raum bestimmen sie die Winkelhalbierende von zwei Seiten. In weiteren Übungen erweitern die Lernenden ein Dreieck zu einem Quadrat und konstruieren mit dessen Umkreis einen Kegel, um dessen Volumen und Mantelneigung zu bestimmen.

## KOMPETENZPROFIL

|                      |                                                                                                                                                             |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Klassenstufe:</b> | 11/12/13                                                                                                                                                    |
| <b>Dauer:</b>        | 2 – 3 Unterrichtsstunden                                                                                                                                    |
| <b>Kompetenzen:</b>  | Analysekompetenz, mathematisch argumentieren und beweisen, mathematische Darstellungen verwenden, mit mathematischen Objekten umgehen, Problemlösekompetenz |
| <b>Methoden:</b>     | Übung                                                                                                                                                       |
| <b>Materialart:</b>  | Arbeitsblatt, Differenzierungsmaterial, Textimpuls                                                                                                          |
| <b>Inhalt:</b>       | Geometrie im Raum, Ebenen, Geraden, Schnittpunkt, Schnittgerade, Schnittwinkel, Lotgerade, Kegel, Volumen                                                   |

## Fachliche Hinweise

Die Lernenden kennen die Geraden- und Ebenengleichungen und können deren gegenseitige Lage bestimmen. Sie berechnen Schnittpunkte, Schnittwinkel und Schnittgeraden. Zusätzlich können sie einen Kegel mathematisch beschreiben und sein Volumen bestimmen.

## Auf einen Blick

### Parallele Geraden, Ebenen und ein Kegel

- M 1** Parallele Geraden, Ebenen und ein Dreieck  
**M 2** Vom Dreieck zum Quadrat, vom Umkreis zum Kegel

### Erklärung zu den Symbolen



Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.



leichtes Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

## Parallele Geraden, Ebenen und ein Dreieck

M 1

1. Gegeben sind die Geraden  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2a \\ -a \end{pmatrix}$  und  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

- a) Für welchen Wert von  $a$  sind die Geraden  $g$  und  $h$  parallel? Zeigen Sie, dass dann  $g$  und  $h$  echt parallel sind.
- b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene  $E$ , die von den Geraden  $g$  und  $h$  aufgespannt wird, in Normalenform. Welche besondere Lage hat die Ebene  $E$  im Koordinatensystem?

c) Welche besondere Lage hat die Gerade  $k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \rho \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  im

Koordinatensystem? Zeigen Sie, dass die Gerade  $k$  ganz in der Ebene  $F: x_1 - x_2 - x_3 - 1 = 0$  liegt.

- d) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $S$  und des Winkels  $\varepsilon$  der Geraden  $k$  und der Ebene  $E$ .
- e) Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden  $s$  sowie den Schnittwinkel  $\gamma$  der Ebenen  $E$  und  $F$ .

2. Gegeben sind der Punkt  $A(6|0|0)$  und die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

- a) Bestimmen Sie die Koordinaten der Spurpunkte der Geraden  $g$  mit den Koordinatenebenen sowie eine Normalenform derjenigen Ebene  $E$ , die von der Geraden  $g$  und dem Punkt  $A$  aufgespannt wird.
- b) Überprüfen Sie, ob der Punkt  $P(4|8|0)$  auf der Ebene  $E$  liegt.

Bestimmen Sie dann einen Punkt  $Q$  auf der  $x_1$ -Achse so, dass  $|\overline{PQ}| = |\overline{AQ}|$  gilt.

- c) Die Punkte  $B(4|-4|4)$  und  $C(2|4|2)$  bilden mit dem Punkt  $A$  das Dreieck  $ABC$ . Zeigen Sie, dass das Dreieck  $ABC$  gleichschenkelig ist.

Berechnen Sie dann den Innenwinkel  $\alpha$  bei  $A$  sowie eine Gleichung der Winkelhalbierenden  $w_a$ .

- d) Die Ebene  $F$  wird durch die Punkte  $A, B, C$  aufgespannt. Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden  $s$  der Ebenen  $E$  und  $F$  sowie deren Schnittwinkel  $\alpha$ .