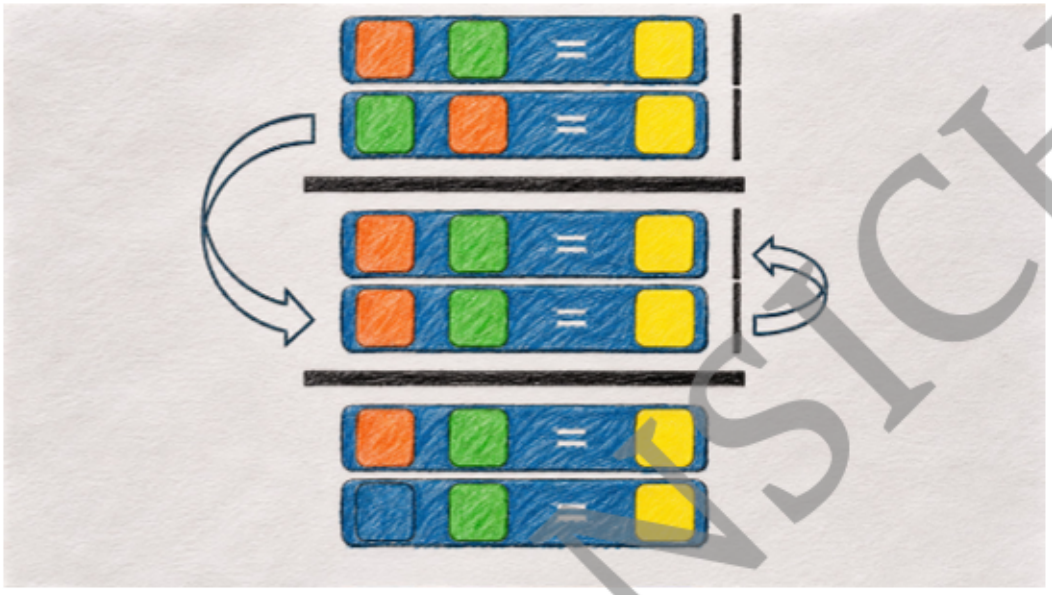
RAAbits

Mathe-Aufgaben zum Üben: Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen

Redaktion Mathematik



© RAABE

Dieser Aufgabensatz ermöglicht Ihren Lernenden eine grundlegende Beschäftigung mit linearen Gleichungssystemen auf verschiedenen Niveaustufen. Die Jugendlichen lösen einfache LGS mit zwei Gleichungen und zwei Variablen mittels Additionsverfahren und entwickeln Routine bei der Bearbeitung. Unterstützt werden sie dabei von einem Spickzettel, der zentrale Inhalte wiederholt, und Tippkarten, die zur Anleitung herangezogen werden können.

Klassenstufe	7 bis 13
Dauer	1 Unterrichtsstunde
	6 Übungsaufgaben mit Lösungen
Inhalt:	Gleichungssystem, lineare Gleichungen, Additionsverfahren

VORANSICHT

Didaktisch-methodische Hinweise

Der Aufgabensatz eignet sich zur Einführung oder Sicherung des Additionsverfahrens. Voraussetzung sind Grundkenntnisse zu Gleichungen und Äquivalenzumformungen. Nutzen Sie **M 1** zunächst als gemeinsame Orientierung: Gehen Sie die Schritte Ordnen, Optimieren und Addieren durch und zeigen Sie, wie sich anschließend durch Rückwärtseinsetzen beide Variablen bestimmen lassen. Die Probe dient der abschließenden Ergebniskontrolle. Alternativ können Sie den Spickzettel Ihrer Klasse auch zur selbstständigen Nutzung zur Verfügung stellen.
In **M 2** wenden die Lernenden das Verfahren an. Aufgabe 1 bietet einen Einstieg mit einfacheren Gleichungssystemen. Aufgabe 2 führt zu weniger geordneten Gleichungen und fordert dazu auf, die Terme zunächst passend umzuformen. So können die Lernenden das Verfahren auf unterschiedliche Ausgangsformen übertragen.
M 3 unterstützt die selbstständige Bearbeitung bei Bedarf. Die Tippkarten geben Hinweise zum Ordnen der Gleichungen, zum Eliminieren einer Variablen und zum Rückwärtseinsetzen. Lassen Sie die Lernenden zunächst selbst nach einem Lösungsweg suchen und die passende Tippkarte erst bei Schwierigkeiten heranziehen. So können Sie die Unterstützung an den individuellen Lernstand anpassen.

Lernvoraussetzungen

Die Jugendlichen kennen den Begriff der Gleichung und sind in der Lage, die algebraischen Grundumformungen durchzuführen. Sie können Terme vereinfachen und zusammenfassen. Geometrische Grundbegriffe wie Geraden oder Ebenen sind ihnen bekannt.

Lernziele

Leitidee Zahl – Variable – Operation:
Zum Lösen von Gleichungen wählen und verwenden die Lernenden geeignete Verfahren, zum Beispiel Äquivalenzumformungen und gehen beim Lösen von linearen Gleichungen systematisch vor.
Die Schülerinnen und Schüler können

- die Lösung eines linearen Gleichungssystems mit zwei Variablen mithilfe eines Verfahrens bestimmen.

VORANSICHT

Auf einen Blick

M 1 Spickzettel

1	Additionsverfahren

M 2 Aufgaben

Aufgabe 1	Einfaches LGS
Aufgabe 2	Ungeordnete LGS

M 3 Tippkarten

Tippkarten	Tipps und Hilfestellungen

Erklärung zu den Symbolen



Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.

 einfaches Niveau

 mittleres Niveau

 schwieriges Niveau

VORANSICHT

M 1

Spickzettel

Spickzettel: Additionsverfahren

Allgemeine Form eines LGS mit zwei Variablen

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\quad & a_1x + b_1y = c_1\\ (\mathrm{II})\quad & a_2x + b_2y = c_2\end{aligned}$$

Schritt 1: Ordnen

Die Gleichungen so umformen, dass die allgemeine Form vorliegt (d. h. Terme mit Variablen auf einer Seite, Zahlen auf der anderen).

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\quad & a_1x + c_1 = -b_1y \quad |-c_1\,|+b_1y\\ (\mathrm{II})\quad & a_2x + b_2y = c_2\\ \hline (\mathrm{I})\quad & a_1x + b_1y = -c_1\\ (\mathrm{II})\quad & a_2x + b_2y = c_2\end{aligned}$$

Schritt 2: Optimieren

Durch **Äquivalenzumformungen**, z. B. Multiplikation, Terme mit Variablen so herstellen, dass die Koeffizienten einer Variablen Gegenzahlen voneinander sind

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\quad & a'_1x + b'_1y = c'_1\\ (\mathrm{II})\quad & a'_2x - b'_1y = c'_2\end{aligned} \quad \text{oder} \quad \begin{aligned}(\mathrm{I})\quad & a'_1x + b'_1y = c'_1\\ (\mathrm{II})\quad & -a'_1x + b'_2y = c'_2\end{aligned}$$

Schritt 3: Addition

Die Gleichungen werden so addiert, dass eine Diagonalform entsteht. Z. B.

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\quad & a'_1x + b'_1y = c'_1\\ \hline (\mathrm{II})\quad & -a'_1x + b'_2y = c'_2\end{aligned}$$

$$(\mathrm{I}) + (\mathrm{II}) = (\mathrm{III}) \Rightarrow \begin{aligned}(\mathrm{I})\quad & a'_1x + b'_1y = c'_1\\ (\mathrm{III})\quad & \quad + b''_2y = c'_2 + c'_1\end{aligned} \quad \text{mit } b''_2 = b'_1 + b'_2$$

Schritt 4: Lösung

Variable durch **Rückwärtseinsetzen** ermitteln:

$$(\mathrm{III}) \Rightarrow y = \frac{c''_2}{b''_2}$$

Einsetzen in (I):

$$a'_1x + b'_1 \cdot \frac{c''_2}{b''_2} = c'_1$$

Damit liegt eine Gleichung mit einer Variable vor, nach der aufgelöst wird.
Einsetzen der Lösung für x ergibt die Lösung für y und damit die Lösungsmenge $L = \{(a \mid b)\}$.

Schritt 5: Probe

Einsetzen der Lösung in die ursprünglichen Gleichungen und prüfen, ob damit eine wahre Aussage vorliegt.

VORANSICHT