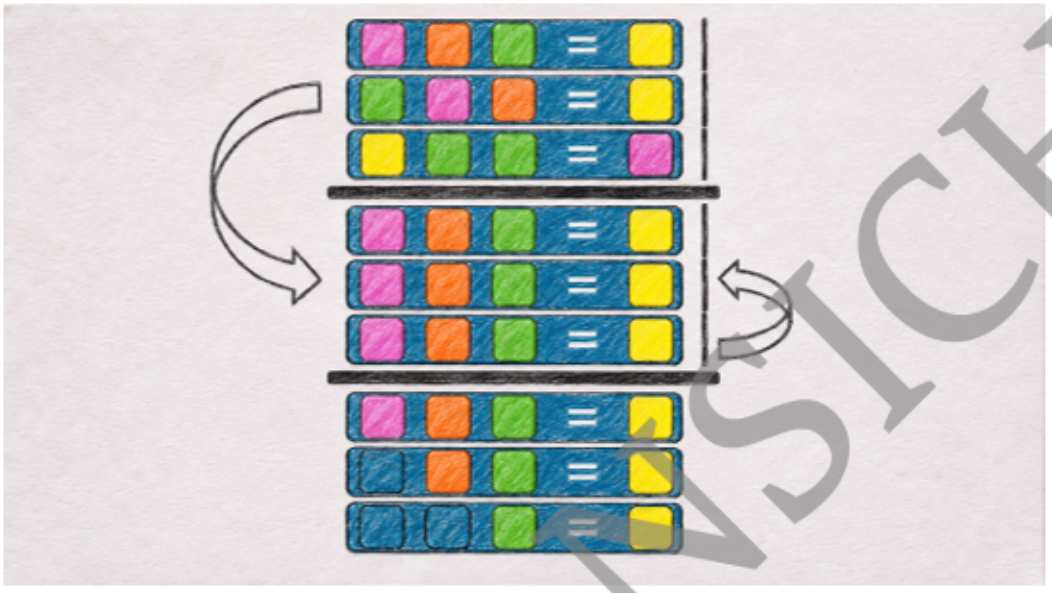
RAAbits

Mathe-Aufgaben zum Üben: Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen

Redaktion Mathematik



© RAABE

Dieser Aufgabensatz ermöglicht Ihren Lernenden eine grundlegende Beschäftigung mit linearen Gleichungssystemen auf verschiedenen Niveaustufen. Die Jugendlichen lösen LGS mit drei Variablen mittels Additionsverfahren und Gaußverfahren und entwickeln Routine bei der Bearbeitung. Unterstützt werden sie dabei von einem Spickzettel, der zentrale Inhalte wiederholt, und Tippkarten, die zur Anleitung herangezogen werden können.

Klassenstufe	7 bis 13
Dauer	1– 2 Unterrichtsstunden
	6 Übungsaufgaben mit Lösungen
Inhalt:	Gleichungssystem, Gaußverfahren, lineare Geichungen

VORANSICHT

Didaktisch-methodische Hinweise

Lernvoraussetzungen

Die Jugendlichen kennen den Begriff der Gleichung und sind in der Lage, die algebraischen Grundumformungen durchzuführen. Sie können Terme vereinfachen und zusammenfassen. Geometrische Grundbegriffe wie Geraden oder Ebenen sind ihnen bekannt.

Lernziele

Leitidee Zahl – Variable – Operation:

Zum Lösen von Gleichungen wählen und verwenden die Lernenden geeignete Verfahren, zum Beispiel Äquivalenzumformungen, oder Gaußverfahren, und gehen beim Lösen von linearen Gleichungen systematisch vor.

Die Schülerinnen und Schüler können

- die Lösung eines linearen Gleichungssystems mit drei Variablen mithilfe eines Verfahrens bestimmen.

VORANSICHT

Auf einen Blick

M 1 Spickzettel

1	Additionsverfahren
2	Gaußverfahren

M 2 Aufgaben

Aufgabe 1	Einfaches LGS
Aufgabe 2	Lösung von LGS mittels Gaußverfahren

M 3 Tippkarten

Tippkarten	Hinweise und Hilfestellungen

Erklärung zu den Symbolen



Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

VORANSICHT

M 1 Spickzettel

Spickzettel: Additionsverfahren

Allgemeine Form eines LGS mit zwei Variablen

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\ & a_1x + b_1y = c_1\\ (\mathrm{II})\ & a_2x + b_2y = c_2\end{aligned}$$

Schritt 1: Ordnen

Die Gleichungen so umformen, dass die allgemeine Form vorliegt (d. h. Terme mit Variablen auf einer Seite, Zahlen auf der anderen).

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\ & a_1x + c_1 = -b_1y \mid -c_1 \mid +b_1y\\ (\mathrm{II})\ & a_2x + b_2y = c_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\ & a_1x + b_1y = -c_1\\ (\mathrm{II})\ & a_2x + b_2y = c_2\end{aligned}$$

Schritt 2: Optimieren

Durch **Äquivalenzumformungen**, z. B. Multiplikation, Terme mit Variablen so herstellen, dass die Koeffizienten einer Variablen Gegenzahlen voneinander sind

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\ & a'_1x + b'_1y = c'_1\\ (\mathrm{II})\ & a'_2x - b'_1y = c'_2\end{aligned} \quad \text{oder} \quad \begin{aligned}(\mathrm{I})\ & a'_1x + b'_1y = c'_1\\ (\mathrm{II})\ & -a'_1x + b'_2y = c'_2\end{aligned}$$

Schritt 3: Addition

Die Gleichungen werden so addiert, dass eine Diagonalform entsteht. Z. B.

$$\begin{aligned}(\mathrm{I})\ & a'_1x + b'_1y = c'_1\\ (\mathrm{II})\ & -a'_1x + b'_2y = c'_2\end{aligned}$$

$$(\mathrm{I}) + (\mathrm{II}) = (\mathrm{III}) \Rightarrow \begin{aligned}(\mathrm{I})\ & a'_1x + b'_1y = c'_1\\ (\mathrm{III})\ & \quad\ + b''_2y = c'_2 + c'_1\end{aligned} \quad \text{mit } b''_2 = b'_1 + b'_2$$

Schritt 4: Lösung

Variable durch **Rückwärtseinsetzen** ermitteln:

$$(\mathrm{III}) \Rightarrow y = \frac{c'_2}{b''_2}$$

Einsetzen in (I):

$$a'_1x + b'_1 \cdot \frac{c'_2}{b''_2} = c'_1$$

Damit liegt eine Gleichung mit einer Variable vor, nach der aufgelöst wird.

Einsetzen der Lösung für x ergibt die Lösung für y und damit die Lösungsmenge $L = \{(a \mid b)\}$.

Schritt 5: Probe

Einsetzen der Lösung in die ursprünglichen Gleichungen und prüfen, ob damit eine wahre Aussage vorliegt.

VORANSICHT