

A.6.21

Mechanik – Gravitation

Die Geschwindigkeit von Himmelskörpern auf geschlossenen Bahnen

Gerhard Deyke



© alxpin / iStock / Getty Images Plus

Planeten, Monde und künstliche Satelliten bewegen sich entlang elliptischer oder, als Spezialform, kreisförmiger Bahnen um ihr Zentralgestirn. Johannes Kepler formulierte seine drei Gesetze, um diese Bewegungen zu beschreiben. In mehreren Aufgaben befassen sich die Lernenden mit den Bahnen und Geschwindigkeiten von Planeten und Satelliten und wenden dabei ihre Kenntnisse in Mathematik und Physik an.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	11/12/13
Dauer:	2 – 3 Unterrichtsstunden
Kompetenzen:	Sachkompetenz, Erkenntnisgewinnungskompetenz, Kommunikationskompetenz, Bewertungskompetenz
Methoden:	Diskussion, Recherche, selbstentdeckendes Lernen, Übung
Materialart:	Arbeitsblatt, Definition, Textimpuls
Inhalt:	Radialkraft, Zentripetalkraft, Gravitationskraft, Coulomb-Kraft, Kepler-Gesetze, kinetische und potentielle Energie, Gesamtenergie eines Satelliten, Bohrs Theorie des H-Atoms

Fachliche Hinweise

Im Rahmen von Einzel- oder Gruppenarbeit bearbeiten die Jugendlichen die Aufgaben und wenden dabei die Gesetze und Angaben aus dem Theorie-Teil praktisch an. Zugrundeliegende Daten und Zahlen (z.B. die Masse eines Planeten) recherchieren sie bei Bedarf selbständig aus dem Internet.

Auf einen Blick

Die Geschwindigkeit von Himmelskörpern auf geschlossenen Bahnen

M 1 Theorie – Ein kurzer Überblick

M 2 Kreisförmige Bahnen

M 3 Elliptische Bahnen

Benötigt: ☐ Taschenrechner
☐ Internet

Theorie – Ein kurzer Überblick

M 1

Die Gravitationskonstante

Die Gravitationskonstante ist eine fundamentale Naturkonstante, d. h. sie lässt sich weder beeinflussen noch verändern. Sie beschreibt die Stärke der Gravitation und lautet

$$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Gravitationskraft zwischen zwei Körpern

Mithilfe der Gravitationskonstante lässt sich beispielsweise die Gravitationskraft zwischen zwei Körpern mit den Massen m_1 und m_2 , die voneinander den Abstand R haben, beschreiben:

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{R^2}$$

Astronomische Einheit

Als Astronomische Einheit AE wird die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne bezeichnet. Es ist $1 \text{ AE} = 149,6 \cdot 10^9 \text{ m}$.

Die numerische Exzentrizität von Planetenbahnen

Bei einer Ellipse wird zwischen der linearen oder zentrischen Exzentrizität und der numerischen Exzentrizität unterschieden.

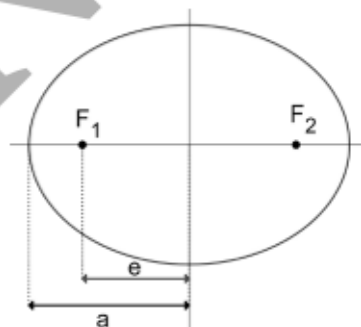
Die zentrische Exzentrizität e ist der Abstand eines Brennpunkts vom gemeinsamen Mittelpunkt der Brennpunkte.

Für die numerische Exzentrizität gilt: $\varepsilon = \frac{e}{a}$, wobei a die Länge der großen Halbachse ist.

Vereinfacht gesagt ist die Exzentrizität ε einer Planetenbahn ein Maß dafür, wie sehr sie von einer exakten Kreisbahn abweicht. Für Ellipsen ist $0 \leq \varepsilon < 1$, wobei für $\varepsilon = 0$, gleichsam als Spezialfall, eine Kreisbahn vorliegt.

Bei einigen Planeten unseres Sonnensystems, etwas bei der Venus oder der Erde, kann dieser Spezialfall als Näherung angenommen werden.

Anmerkung: Bei $\varepsilon = 1$ liegt eine Parabel- bei $\varepsilon > 1$ eine Hyperbelbahn vor.



Grafik: Günter Gerstbrein

Kreisförmige Bahnen

M 1

1. Die einfachste Bahnform für einen Satelliten, der einen Zentralkörper der Masse M „umrundet“, ist die Kreisbahn mit Radius R . Auf dieser Bahn ist die Geschwindigkeit v des Satelliten in jeder Position dieselbe, v ist also **konstant**.

Leiten Sie eine Formel zur Berechnung der Satellitengeschwindigkeit v auf einer Kreisbahn her, die nur von der Masse M des Zentralkörpers abhängt. Zeigen Sie, dass mit wachsendem Bahnradius R die Geschwindigkeit abnimmt.

2. Unser „Morgenstern“, die Venus, umläuft die Sonne auf elliptischer Bahn mit der numerischen Exzentrizität $\varepsilon = 0,007$; ihre Bahn kann also in sehr guter Näherung als kreisförmig betrachtet werden. Ihre (siderische) Umlaufzeit T_V beträgt 224,701 d. Berechnen Sie mithilfe des dritten Kepler-Gesetzes den Bahnradius R_V des Planeten Venus in der Einheit AE (Astronomische Einheit) und daraus seine Geschwindigkeit auf seiner Bahn um die Sonne in der Einheit m/s. Nutzen Sie dafür die Dauer eines Erdjahrs mit $T_E = 365,256$ d. Die Erdumlaufbahn kann der Einfachheit halber ebenfalls als kreisförmig betrachtet werden.

Hinweis: Verwenden Sie zur Berechnung der Geschwindigkeit **nicht** die in Aufgabe 1) entwickelte Formel.

3. Die internationale Raumstation ISS ist ein Satellit der Erde. Sie umläuft ihren Zentralkörper auf einer nahezu kreisförmigen Bahn in einer mittleren Höhe von 400 km über der Erde.

Berechnen Sie die (mittlere) Geschwindigkeit der ISS auf ihrer Bahn um die Erde. Recherchieren Sie dazu die Masse der Erde und verwenden Sie das Ergebnis aus Aufgabe 1). Ermitteln Sie sodann die Periode der Raumstation in der Einheit h (Stunden).

Hinweis: Die Höhe der ISS wird von der Erdoberfläche aus gemessen. Was bedeutet das?