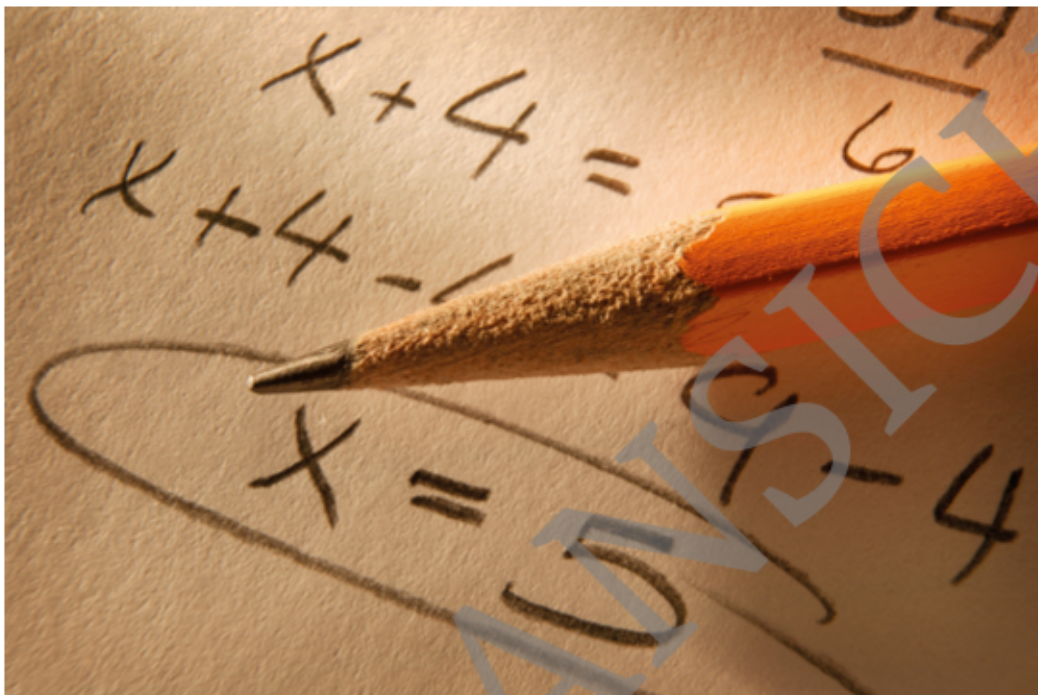


Lineare Gleichungssysteme lösen – Welche Lösungsverfahren können dir helfen?

Alessandro Totaro



In dieser Unterrichtseinheit werden die grundlegenden Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme (LGS) systematisch eingeführt, schrittweise aufgebaut sowie durch vielfältige Übungs- und Anwendungsformate nachhaltig gefestigt. Der Schwerpunkt liegt dabei auf dem verständigen Umgang mit unterschiedlichen Lösungsstrategien sowie auf der bewussten Auswahl eines geeigneten Verfahrens in Abhängigkeit von der jeweiligen Aufgabenstellung. Dabei werden sowohl graphische als auch rechnerische Lösungsverfahren zur Lösungsbestimmung bei linearen Gleichungssystemen mit zwei Variablen trainiert.

KOMPETENZPROFIL

Klassenstufe:	7/8
Dauer:	3–8 Unterrichtsstunden
Inhalt:	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen, graphisches Verfahren, Gleichsetzungsverfahren, Einsetzungsverfahren, Additionsverfahren, Lösungsfälle beim LGS
Kompetenzen:	Mathematisch modellieren (K4), mit mathematischen Objekten umgehen (K5), mathematisch kommunizieren (K6)

Auf einen Blick

Planung für 8 Stunden

Erarbeitung

M 1	Grundkenntnisse I – Graphisches Verfahren
M 2	Grundkenntnisse II – Gleichsetzungsverfahren
M 3	Grundkenntnisse III – Einsetzungsverfahren
M 4	Grundkenntnisse IV – Additionsverfahren
M 5	Grundkenntnisse V – Drei Lösungsfälle beim LGS

Übungen

M 6	Tandembogen – Welches Verfahren ist sinnvoll?
M 7	Gemeinsam sind wir stark – Graphisches und rechnerisches Lösen üben
M 8	LGS im Alltag – Wie sie dir im Alltag helfen
M 9	Differenzierte Aufgabenfelder – Übungsaufgaben

Lernerfolgskontrolle

M 10	Fit für den Test? – Lineare Gleichungssysteme lösen
------	---

Minimalplan

Die Zeit ist knapp? Dann planen Sie die Unterrichtseinheit für drei Stunden mit den folgenden Materialien:

M 2	Grundkenntnisse II – Gleichsetzungsverfahren
M 3	Grundkenntnisse III – Einsetzungsverfahren
M 4	Grundkenntnisse IV – Additionsverfahren
M 9	Differenzierte Aufgabenfelder – Übungsaufgaben

Erklärung zu den Symbolen



Dieses Symbol markiert differenziertes Material. Wenn nicht anders ausgewiesen, befinden sich die Materialien auf mittlerem Niveau.



einfaches Niveau



mittleres Niveau



schwieriges Niveau

Grundkenntnisse I – Graphisches Verfahren

M 1



So geht's

Schau dir zuerst die Beispielaufgabe genau an und **rechne** Schritt für Schritt schriftlich mit.

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Überprüfe danach die Lösung und kontrolliere, ob du richtig gerechnet hast.

Beispielaufgabe

Bestimme die Lösung des linearen Gleichungssystems **graphisch**.

I. $y = 2x - 1$

II. $y = -3x + 4$

So löst du die Aufgabe:

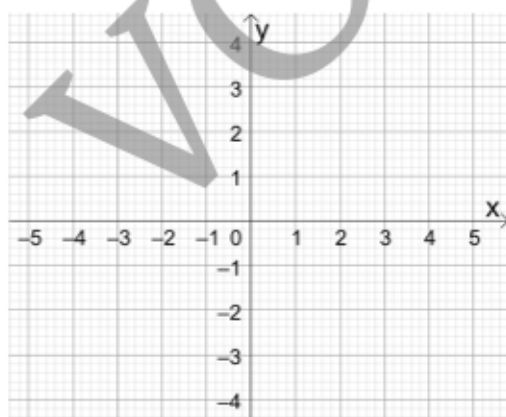
1. Zeichne die erste Gerade.	2. Zeichne die zweite Gerade.	3. Markiere den Schnittpunkt der Geraden.	4. Lese nun die Koordinaten des Schnittpunkts ab.
			Der Schnittpunkt liegt bei S (1 1).

Aufgabe 1

Bestimme die Lösung graphisch.

I. $y = \frac{1}{2}x - 1$

II. $y = -\frac{1}{4}x + 2$



Der Schnittpunkt liegt bei S (_ | _).

Grundkenntnisse II – Gleichsetzungsverfahren

M 2



So geht's

Schau dir zuerst die Beispielaufgabe genau an und **rechne** Schritt für Schritt schriftlich mit.

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Überprüfe danach die Lösung und kontrolliere, ob du richtig gerechnet hast.

Beispielaufgabe:

Bestimme die Lösung des LGS.

I. $y = 4x + 1$

II. $y = -2x + 13$

So löst du die Aufgabe:

1. Funktionen gleichsetzen.	$4x + 1 = -2x + 13$
2. Nach der Variablen auflösen.	$4x + 1 = -2x + 13 \quad + 2x$ $6x + 1 = 13 \quad - 1$ $6x = 12 \quad : 6$ $x = 2$
3. Lösung in eine der beiden Ausgangsgleichungen einsetzen.	$y = 4 \cdot 2 + 1$
4. Die andere Variable berechnen.	$y = 9$
5. Lösungsmenge bzw. bei graphischer Interpretation Schnittpunkt angeben.	$L = \{(2; 9)\}$ Der Schnittpunkt liegt bei S (2 9).

Aufgabe 1

Löse folgende lineare Gleichungssysteme mithilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

a) I. $y = 4x + 5$
II. $y = -x - 10$

b) I. $y = \frac{1}{3}x + 2$
II. $y = -\frac{2}{3}x - 4$

c) I. $y = \frac{1}{4}x - 6$
II. $y = -1,75x + 2$

Grundkenntnisse III – Einsetzungsverfahren

M 3



So geht's

Schau dir zuerst die Beispielaufgabe genau an und **rechne** Schritt für Schritt schriftlich mit.

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Überprüfe danach die Lösung und kontrolliere, ob du richtig gerechnet hast.

Beispielaufgabe:

Bestimme die Lösung des LGS.

I. $y = 3x - 1$

II. $x = y - 3$

So löst du die Aufgabe:

1. Eine Variable in die andere Gleichung einsetzen.	$y = 3 \cdot (y - 3) - 1$
2. Nach der Variablen auflösen.	$y = 3 \cdot (y - 3) - 1$ $y = 3y - 9 - 1$ $y = 3y - 10 \quad -3y$ $-2y = -10 \quad : (-2)$ $y = 5$
3. Lösung in die andere Gleichung einsetzen.	$x = 5 - 3$
4. Die andere Variable berechnen.	$x = 2$
5. Lösungsmenge bzw. bei graphischer Interpretation Schnittpunkt angeben.	$L = \{(2; 5)\}$ Der Schnittpunkt liegt bei $S(2 5)$.

Aufgabe 1

Löse folgende lineare Gleichungssysteme mithilfe des Einsetzungsverfahrens.

a) I. $y = 2x + 2$

b) I. $x = 2y - 3$

c) I. $x = 5 - y$

II. $3x + y = 13$

II. $4x + y = 6$

II. $2x + y = 6$

Aufgabe 2

Bestimme die Lösung folgender linearer Gleichungssysteme mithilfe des Einsetzungsverfahrens.

Löse jedoch zuerst die Klammern auf.

a) I. $y = 2(x - 1)$

b) I. $y = 3(x - 2) + 1$

c) I. $x = 2(y - 1)$

II. $3x + y = 1$

II. $2x + y = 5$

II. $3x + y = 15$

Aufgabe 3

Bestimme die Lösung folgender linearer Gleichungssysteme mithilfe des Einsetzungsverfahrens.
Kürze die Brüche, sobald dies möglich ist!

a) I. $y = \frac{x+1}{2}$
II. $2y = x + 1$

b) I. $x = \frac{y+3}{4}$
II. $4x + y = 21$

VORANSICHT

Grundkenntnisse V – Drei Lösungsfälle beim LGS

M 5



So geht's

Schau dir zuerst die Beispielaufgabe genau an und **rechne** Schritt für Schritt schriftlich mit.

Löse die folgenden Aufgaben in Einzelarbeit.

Überprüfe danach die Lösung und kontrolliere, ob du richtig gerechnet hast.

Beispielaufgaben:

Eine Lösung	Keine Lösung	Unendlich viele Lösungen
I. $y = 3x - 1$ II. $y = 2x + 1$ I. und II. gleichsetzen: $3x - 1 = 2x + 1$ $x - 1 = 1$ $x = 2$ $x = 2$ in I. einsetzen: $y = 3 \cdot 2 - 1$ $y = 5$ $L = \{(2; 5)\}$	I. $y = 4x - 1$ II. $y = 4x + 2$ I. und II. gleichsetzen: $4x - 1 = 4x + 2$ $-1 = 2$ keine wahre Aussage $L = \{ \}$	I. $y = 2x - 5$ II. $y = \frac{4}{2}x - 5$ I. und II. gleichsetzen: $2x - 5 = x - 5$ $-5 = -5$ eine wahre Aussage $L = \{(x; y) \mid y = 2x - 5\}$

Aufgabe 1

Bei welchem LGS kann es keine Lösung geben? **Entscheide** ohne zu rechnen.

a) I. $y = 2x + 1$
II. $y = 2x + 5$

b) I. $y = 3x - 3$
II. $y = -2x + 1$

c) I. $y = 10x - 1$
II. $y = 10x + 5$

Aufgabe 2

Bei welchem LGS gibt es unendlich viele Lösungen? **Entscheide** ohne zu rechnen.

a) I. $y = 3x + \frac{10}{2}$
II. $y = 3x + 5$

b) I. $y = \frac{1}{2}x - 3$
II. $y = 0,5x - 3$

c) I. $y = 4x - 1$
II. $y = 4x + 5$

Tandembogen – Welches Verfahren ist sinnvoll?

M 6



So geht's:

Bearbeitet das folgende Arbeitsblatt zu zweit. **Faltet** das Arbeitsblatt entlang der Mittellinie.

Person B **beginnt**, **löst** die Aufgabe (weiß) im Kopf und **nennt** die Lösung.

Person A **kontrolliert** das Ergebnis (grau) auf ihrer Seite.

Dann **löst** Person A die Aufgabe usw.



Julia Lenzmann © RAABE

Person A	Person B
<i>Welches Verfahren ist sinnvoll?</i>	<i>Welches Verfahren ist sinnvoll?</i>
Gleichsetzungsverfahren	I. $y = 5x - 1$ II. $y = 8x - 7$
I. $y = 5x - 1$ II. $x = y - 7$	Einsetzungsverfahren
Additionsverfahren	I. $2x + y = -1$ II. $3x + 2y = 8$
I. $y = 3x - 1$ II. $y = 10x - 2$	Gleichsetzungsverfahren
Einsetzungsverfahren	I. $y = 3x - 1$ II. $x = 2y - 1$
I. $3x + y = 10$ II. $4x + 5y = 8$	Additionsverfahren
Additionsverfahren	I. $7x + 2y = 20$ II. $3x + 5y = 4$
I. $y = 2x - 1$ II. $y = 3x - 5$	Gleichsetzungsverfahren
Einsetzungsverfahren	I. $y = 5x - 2$ II. $x = 3y - 4$
I. $2x + 3y = 1$ II. $3x + 4y = 10$	Additionsverfahren

M 7a

Gemeinsam sind wir stark – Graphisches und rechnerisches Lösen üben



So geht's

Person A

1. Löse deine Aufgaben.
2. Suche dir eine Person, die das Aufgabenblatt B bearbeitet hat.
3. Vergleiche eure Ergebnisse und kläre aufkommende Fragen.
Bei den Aufgaben ist teilweise deine Lösung die Aufgabe der Person B und umgekehrt.



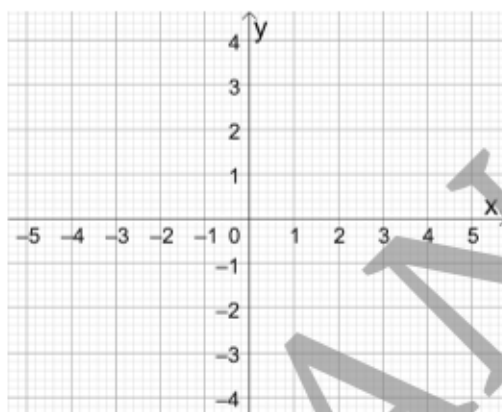
Julia Lenzmann © RAABE

Aufgabe 1

Bestimme die Lösung graphisch.

I. $y = \frac{1}{2}x$

II. $y = -\frac{1}{4}x + 3$



Aufgabe 2

Bestimme die Lösung rechnerisch.

I. $y = 4x - 2$

II. $y = -2x + 4$

Aufgabe 3

Welcher Lösungsfall liegt vor? Entscheide ohne zu rechnen. Begründe.

a) I. $y = 2x + \frac{4}{2}$
II. $y = 2x + 2$

b) I. $y = \frac{1}{2}x - 3$
II. $y = 0,5x + 4$

Aufgabe 4

Welches rechnerische Verfahren wäre hier sinnvoll? Entscheide ohne zu rechnen. Begründe.

a) I. $y = 3x + 1$
II. $y = 4x - 2$

b) I. $2x + 5y = 13$
II. $3x - y = 11$

Differenzierte Aufgabenfelder – Übungsaufgaben

M 9



So geht's:

Wähle eine der drei Niveaustufen und löse die Aufgaben.

Aufgabe 1

Löse folgende lineare Gleichungssysteme. **Gib** die Lösungsmenge **an**.

- a) I. $y = 3x + 2$
 II. $y = -2x + 7$
 b) I. $7x + 2y = 23$
 II. $4x + y = 13$
 c) Löse das LGS aus a) nun **zeichnerisch**.

Aufgabe 2

Löse folgende lineare Gleichungssysteme. **Gib** die Lösungsmenge **an**.

- a) I. $\frac{2x+y}{5} + 10 = 11$
 II. $3x - y = 5$
 b) I. $\frac{1}{3}(3x + 6y) + 1 = 4$
 II. $4x - y = 3$
 c) Kannst du ein LGS selbst erfinden, welches keine Lösung hat? **Gib an**.

Aufgabe 3

Tom möchte sich im Fitnessstudio anmelden. Dort werden ihm folgende zwei Optionen angeboten.

Flatrate	Einzelkarte
50,00 € im Monat und alle Besuche sind inklusive	Pro Besuch kostet es 5,00 €

- a) Stelle ein lineares Gleichungssystem **auf**, welches die beiden Optionen mathematisch innerhalb eines Monats beschreibt.
 b) **Entscheide**, bei wie vielen Besuchen im Monat beide Optionen gleich teuer wären und ab wie vielen Besuchen sich die Flatrate lohnt.
 c) Tom möchte dreimal in der Woche ins Fitnessstudio gehen. **Bestimme**, was er dafür jährlich bezahlen würde, wenn er Einzelkarten bucht.
 d) **Bestimme**, wie viel Euro er durch die Flatrate jährlich im Vergleich zur Nutzung der Einzelkarten sparen würde.